وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة لونيسي علي – البليدة 2 –

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

– الشهيد طالب عبد الرحمان –

قسم علوم: العلوم المالية والمحاسبة

محاضرات في مقيــاس نظرية القرار

وتمارين محلولة

موجهة لطلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص: مالية المؤسسة

من إعداد :

د.محمد قراش

السنة الجامعية 2021–2022

الفهرس:

قائمة الجداول:

قائمة الأشكال:

مقدمة:

تؤدي عملية اتخاذ القرار دور بالغ الأهمية في التسيير، وتزداد أهميتها في ظروف عدم التأكد (مدى وقوع أحداث مستقبلية ما)، إذ تتميز البيئة التي نعيش فيها بديناميكية وتغيرات مستمرة، فما هو صحيح اليوم قد يكون خطأ غدا وما حدث اليوم قد لا يتكرر غدا أو يتكرر لكن ليس بنفس الصورة السابقة.

تواجه المؤسسات والأشخاص عدة حالات للاختيار بين جملة من البدائل والمصالح التي تكون في أغلب الأحيان متناقضة ، فاختيار سلعة ما يكون مبني عادة على متغيرين ألا وهما السعر والنوعية ، ويكون هذين المعيارين متعاكسين أي السلعة ذات السعر المنخفض تكون ذات جودة رديئة والعكس صحيح، لذلك ينبغي البحث عن حل توافقي يسمح بأخذ بعين الاعتبار المعيارين في نفس الوقت، كذلك هناك عدم التأكد فيما يخص المتغيرات الخارجية مثلا أن تكون الأسعار مرتفعة، متوسطة ومنخفضة وهو ما يعرف بحالات الطبيعة ، هذه عوامل عدم التأكد التي تحيط بعملية القرار دفعت الباحثين في هذا المجال للبحث عن طرق رياضية تسمح بالبحث عن بديل توافقي يسمح من تذليل مخاطر عدم التأكد وهذا بأخذ بالحسبان نظرة متخذ القرار اتجاه المخاطرة.

لذلك فقد انصبت اهتمامات نظرية اتخاذ القرار على مساعدة كل من الأفراد والمؤسسات لاتخاذ قرارات في ظل ظاهرة عدم التأكد، حيث تقدم هذه النظرية الأسلوب الذي يعمل على اتخاذ قرارات بناءا على معطيات معينة على النحو الذي

يقلل من حدة ظاهرة عدم التأكد من جهة ويقود إلى خلق قرار إداري مقبول وسليم من جهة أخرى، وهذا ما سنحاول توضيحه من خلال هذه المطبوعة.

الفصل الأول:

الإطار المفاهمي لنظرية القرار

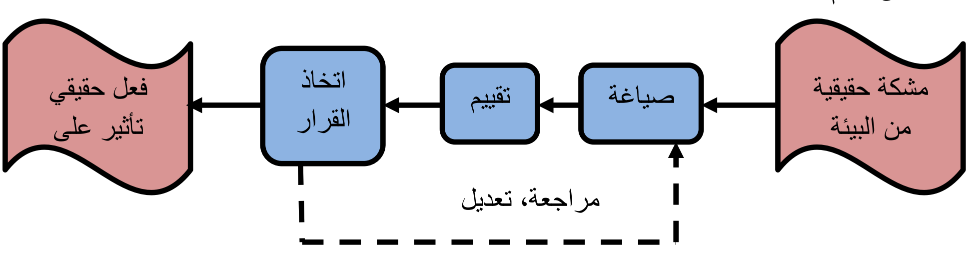
الفصل الأول: الإطار المفاهمي لنظرية القرار

ظهرت أساليب المساعدة لاتخاذ القرار لتذليل المخاطر المترتبة عن عدم التأكد، وتسمح لمتخذ القرار بالبحث عن البديل الأمثل له وهذا حسب نظرته اتجاه المخاطرة، هذا ما دفعنا في هذا الفصل التطرق إلى النقاط التالية:

1/ تعريف نظرية القرار

يمكن تعريف القرار بأنه الحكم بشأن مشكلة ما بتبني خيار محدد من بين مجموعة خيارات ممكنة استنادا إلى المعلومات المتوفرة بين يديه، فالمعلومات هي المواد الأولية الوحيدة التي تحتاجها عملية صناعة القرار حيث يقوم نظام القرارات بتحويل هذه المعلومات إلى قرارات، تبدو هذه العملية مكونة من عدة نشاطات كحصيلة لعملية فكرية معقدة لطرف واحد أو لمجموعة من الأطراف، ففي كل مشكلة نواجهها هناك حاجة لصياغة مجموعة من البدائل أو الخيارات ومجموعة من المعايير، ثم نجري تقييم البدائل وفق المعايير، ومن ثم نجري تطبيق طريقة في الحكم النهائي واتخاذ القرار، وأخيرا تطبيق القرار واستخلاص النتائج، مع إمكانية دائمة لمراجعة النشاطات قبل اتخاذ القرار، كما هو موضح في الشكل رقم 01.

الشكل رقم 01: الإجراءات المبسطة لعملية اتخاذ القرار



وتعرف عملية اتخاذ القرار كذلك على أنها عملية اختيار بديل أو بدائل من جملة البدائل المتاحة لتحقيق هدف أو جملة من الأهداف خلال فترة زمنية معينة في ظل عوامل البيئة الداخلية والخارجية ومن حدود الموارد المتاحة للمؤسسة.

وقد عرف سايمون الذي يعتبر من رواد الباحثين في هذا المجال على أن القرار: " هو اختيار بديل من بين جملة من البدائل المتاحة لإيجاد الحل المناسب للمشكلة ، والتي تبنى على ثلاث مراحل اساسية، 1/تحديد مشكل القرار، 2/ تحديد البدائل المتاحة،3/ اختيار البديل الأمثل في حدود المدة الزمنية والميزانية المتاحة للإدارة التنفيذية.

من كل ما سبق فإن نظرية القرار هي عبارة عن مجموعة التقنيات الرياضية التي تهدف بالنسبة إلى متخذ القرار إلى التقليل من حدة المخاطرة في حالة عدم التأكد.

أي هي مجموعة التقنيات الرياضية التي تهدف إلى اتخاذ القرار الأمثل ذو أقل مخاطرة.

2/ مراحل عملية اتخاذ القرارات

يمكن تلخيص مراحل عملية اتخاذ القرارات من خلال النقاط التالية:

تحديد المشكل (الهدف): المطلوب في هذه المرحلة هو تحديد الهدف الذي يراد تحقيقه و الوصول إليه من وراء اتخاذ القرار، إذ لا يمكن تصور أي إجراء أو دراسة سواء من أفراد أو مؤسسات دون أن يكون هناك هدف لذلك.

تحديد البدائل: إن وجود مشكل قرار يستلزم وجود قرارين ممكنين على الأقل، وتسمى مجموعة القرارات الممكنة بالبدائل، التي نصل من خلالها إلى الهدف عند اختيار إحداها بعد الدراسة.$a_1, a_2, a_3 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots a_n$

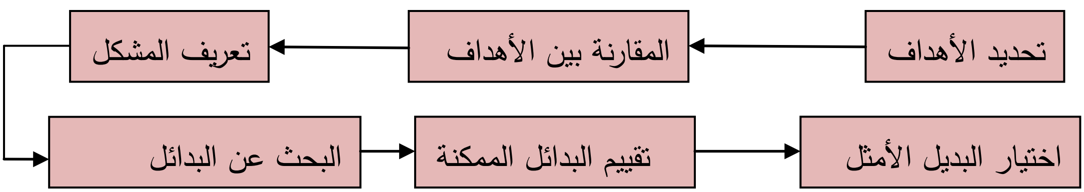
تحديد الأحداث المستقبلية STATE OF NATURE: المتمثلة في حالات الطبيعة التي ستحدث مستقبلا، التي على أساس دراستها سيتم اختيار بديل من البدائل. مع مراعاة أن تكون الأحداث المستقبلية مستقلة عن بعضها البعض، بمعنى أن حدثين أو أكثر لا يقعان مع بعضيهما في وقت واحد. $E_1, E_2, E_3 \dots\dots\dots\dots\dots . E_m$

إعداد جدول العوائد – مصفوفة القرار-: الذي يبين في شكل مادي أو أي شكل آخر العائد أو المردود المترتب عن كل توفيقة « قرار-حدث » على حدى.

اتخاذ القرار:يعني اختيار القرار أو البديل الأمثل على ضوء معطيات مصفوفة القرار.

ويمكن تمثيل عملية اتخاذ القرار في الشكل التالي:

الشكل رقم 02: خطوات عملية القرار



مثال: يريد مستثمر اتخاذ قرار التنقيب عن الذهب أم لا في مكان ما، علما أن قيمة منجم يحتوي على الكمية المراد استكشافها هي 10 ملايير وحدة نقدية وقيمته دون وجود الذهب معدومة، كما أن تكلفة الحفر مقدرة ب 3 ملايير و.ن. أوجد مصفوفة القرار؟.

البدائل: $\mathbf{a_1}$: التنقيب عن الذهب

$\mathbf{a_2}$: عدم التنقيب

حالات الطبيعة: $\mathbf{E_1}$: وجود الذهب

$\mathbf{E_2}$: عدم وجود الذهب

جدول رقم 01: مثال لمصفوفة القرار حول التنقيب عن الذهب:

	E_1	E_2
a_1	10-3 = 7	0-3 = -3
a_2	0	0

مصدر: انطلاقا من معطيات المثال

3/ عناصر مشكل القرار

البدائل: وهي كل القرارات التي يمكن اتخاذها لتحقيق الهدف المسطر.

أمثلة:

- إنتاج أو عدم إنتاج منتوج جديد؛
- التأمين أم عدم التأمين على الحريق؛
- حفر أو عدم حفر بئر.

حالات الطبيعة: وهي كل الأحداث المستقبلية التي يمكن أن تقع بعد اتخاذ أحد القرارات البديلة.

أمثلة:

- الطلب على المنتوج سيكون قوي، نسبي، ضعيف؛
- قد يشتعل حريق أو لا يشتعل؛
- قد نجد البترول أو لا نجد.

النتائج : إن النتائج التي نجدها ملخصة في مصفوفة القرار، وتمثل العوائد الممكن الحصول عليها لمختلف البدائل المتاحة في مصفوفة العوائد، والتكاليف الممكن تكبدها في حالة مصفوفة التكاليف.

4/ الحالات المختلفة لاتخاذ القرار:

4–1/ اتخاذ القرار في حالة التأكد Certitude :

في هذه الحالة يكون متخذ القرار متأكد من أن حدثا معينا سوف يقع، أي أنه يكون على علم تام بالمستقبل وفي هذه الحالة يكون من السهل على متخذ القرار تحديد القرار البديل الأمثل الذي سيتخذه.

إن النموذج الرياضي لهذه الحالة يكون كما يلي:

		حالة طبيعة. E_1
البدائل	a_1	r1
	a_2	r2
	a_3	r3

r_i : النتائج أو الأرباح

البديل الأمثل في حالة التأكد هو الذي يعظم r_i

مثال: تريد مؤسسة أن تتخذ قرار، هل من الضروري بعث أو عدم بعث منتوج جديد، حيث أن الطلب على هذا المنتوج يقدر ب 40.000 وحدة خلال الشهر القادم.

إذا كان سعر البيع للمنتوج 5 و.ن والتكاليف الكلية تقدر ب 150.000 و.ن فما هو البديل الأمثل.

البدائل: a_1 : بعث المنتوج

a_2 : عدم بعث المنتوج

حالات الطبيعة: E : الطلب على المنتوج 40.000 وحدة.

العوائد:

- في حالة بعث المنتوج $\mathbf{R_1 = (40.000 * 5) - 150.000 = 50.000}$
- في حالة عدم بعث المنتوج $\mathbf{R_2 = 0}$

مصفوقة القرار:

	E .
$\mathbf{a_1}$.	**50.000**
$\mathbf{a_2}$.	**0**

البديل الأمثل: بعث المنتوج $\mathbf{a_i^* = a_1}$

2-4/ اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد Incertitude :

في هذه الحالة يكون متخذ القرار ليس متأكدا من أن حدثا معينا سوف يقع وبالتالي فإنه سيجد نفسه أمام حالات طبيعية متعددة يمكن لكل واحدة منها أن تقع.

واتخاذ القرار في حالة عدم التأكد لا نجد أبدا معلومات وافية تسمح من تحديد احتمالات وقوع الأحداث المستقبلية أو الحالات الطبيعية.

إن النموذج الرياضي لهذه الحالة يكون كما يلي:

الجدول رقم 02: تمثيل مصفوفة القرار

		حالات الطبيعة						
		E_1	E_2		E_j		E_m
البدائل	a_1	r_{11}	r_{12}	………	r_{1j}	……	r_{1m}
	a_2	r_{21}	r_{22}	………	r_{2j}	……	r_{2m}
		⋮	⋮		⋮		⋮
	a_i	r_{i1}	r_{i2}		r_{ij}		r_{im}
		⋮	⋮		⋮		⋮
	a_n	r_{n1}	r_{n2}	………	r_{nj}	……	r_{nm}

مثال: نفس المثال السابق، ولكن الطلب على هذا المنتوج يمكن أن يكون 20.000 وحدة أو 40.000 وحدة، فما هو البديل الأمثل.

البدائل: a_1 : بعث المنتوج

a_2 : عدم بعث المنتوج

حالات الطبيعة: E_1 : الطلب على المنتوج 20.000 وحدة؛

E_2 : الطلب على المنتوج 40.000 وحدة

العوائد:

- $\mathbf{R_{11} = (20.000 * 5) - 150.000 = -50.000}$
- $\mathbf{R_{12} = (40.000 * 5) - 150.000 = 50.000}$
- $\mathbf{R_{21} = 0}$

– $\mathbf{R_{22} = 0}$

مصفوقة القرار:

	$\mathbf{E_1}$.	$\mathbf{E_2}$.
$\mathbf{a_1}$.	$\mathbf{-50.000}$	$\mathbf{50.000}$
$\mathbf{a_2}$.	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$

تحديد القرار الأمثل: لتحديد القرار الأمثل في حالة عدم التأكد يتم اللجوء إلى إحدى الطرق التالية:

- طريقة تعظيم أكبر عائد يمكن تحقيقه Maxi Max
- طريقة تعظيم أقل عائد يمكن تحقيقه Maxi Min (WALD)
- طريقة تقليل أكبر خسارة يمكن تحملها (الفرصة الضائعة) (SAVAGE)
- معيار HURWICZ و هو مركب من WALD و Maxi Max
- طريقة السبب غير الكافي LAPLACE

المشكل في هذه المعايير هو إعطائها لقرارات مثلى مختلفة و بالتالي الاختيار بينها يتوقف على درجة تقبل المخاطرة من طرف متخذ القرار وكل هاته المعايير سيتم التعرض إلى تفاصيلها وطريقة العمل بها في الفصل القادم.

3-4/ اتخاذ القرار تحت ظرف المخاطرة :

في حالة اتخاذ القرار تحت ظرف المخاطرة فإن المعلومات التي تكون بحوزة متخذ القرار هي:

- البدائل؛
- حالات الطبيعة؛
- احتمالات حدوث حالات الطبيعة: وهي المعلومة التي تميز حالة اتخاذ القرار تحت ظرف المخاطرة عن حالة اتخاذ القرار في عدم التأكد.

حيث يفترض في حالة اتخاذ القرار تحت ظرف المخاطرة أن متخذ القرار يمكنه توقع احتمال تحقق حالات الطبيعة و التي يتم الحصول عليها من الخبرات السابقة للمشروع (احتمالات موضوعية)، وقد تكون تقدير شخصي (احتمالات ذاتية).

ويكون النموذج الرياضي في هذه الحالة كما يلي:

		حالات الطبيعة					
		E_1	E_2		E_j		E_m
	a_1	r_{11}	r_{12}	……	r_{1j}	……	r_{1m}
البدائل	a_2	r_{21}	r_{22}	……	r_{2j}	……	r_{2m}
		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\sum P(E_j) = 1$	a_i	r_{i1}	r_{i2}		r_{ij}		r_{im}
		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$P(E_j) \geq 0$	a_n	r_{n1}	r_{n2}	……	r_{nj}	……	r_{nm}
	$P(E_j)$	$P(E_1)$	$P(E_2)$		$P(E_j)$		$P(E_m)$

مثال: نفس المثال السابق، ولكن لدينا معلومة إضافية متمثلة فيما يلي:

احتمال أن يكون الطلب على المنتوج 20.000 وحدة هو 0,3

احتمال أن يكون الطلب على المنتوج 40.000 وحدة هو 0,7

مصفوفة القرار:

	E_2	E_1
a_1	50.000	−50.000
a_2	0	0
$P(E_j)$	0,7	0,3

تحديد القرار الأمثل: لتحديد القرار الأمثل في حالة ظروف المخاطرة يتم اللجوء إلى إحدى الطرق التالية:

- القيمة النقدية المتوقعة؛
- معيار الفرصة الضائعة؛
- معيار المنفعة.

الفصل الثاني :

معايير اتخاذ القرارات

الفصل الثاني : معايير اتخاذ القرارات

سنعرض من خلال هذا الفصل كيفية اتخاذ قرار وذلك في حالتين عدم التأكد والمخاطرة، بتعبير أخر سنحاول عرض المعايير التي على أساسها يتم اختيار بديل ما دون الآخر في كل من حالة المخاطرة التي يمكن لمتخذ القرار الحصول على احتمالات كل حالة طبيعة ممكنة وحالة عدم التأكد أين تكون امكانية التنبؤ بالاحتمالات منعدمة.

1/ معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد:

يمكن توضيح النموذج الرياضي لحالة عدم التأكد من خلال الجدول الموالي:

البدائـــل	حالات الطبيعة			
	E_1	E_2	...	E_m
a_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1m}
a_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2m}
...	...	...	...	...
a_n	r_{n1}	r_{n2}	...	r_{nm}

لإيجاد البديل الأمثل في حالة عدم التأكد فإنه يتم الاعتماد على أحد المعايير التالية:

1-1/ معيار LAPLACE: معيار الاحتمالات المتساوية

يفترض LAPLACE أن كل حالات الطبيعة لها نفس احتمال الوقوع، ما دامت لا توجد أي معلومة حول تلك الاحتمالات، أي لا يوجد شيء يثبت عكس ذلك.

إذن طريقة عمل معيارLAPLACE تكون كما يلي:

حساب $\bar{r_i}$ لكل بديل a_i : $\bar{r_i} = \frac{1}{m}(r_{i1} + r_{i2} + \cdots + r_{im}) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} r_{ij}$

$$a_1:\ \ \bar{r_1} = \frac{1}{m}(r_{11} + r_{12} + \cdots + r_{1m})$$

$$a_2:\ \ \bar{r_2} = \frac{1}{m}(r_{21} + r_{22} + \cdots + r_{2m})$$

$$\vdots$$

$$a_n:\ \ \bar{r_n} = \frac{1}{m}(r_{n1} + r_{n2} + \cdots + r_{nm})$$

إيجاد البديل الأمثل: البديل الأمثل هو a_i الذي يعظم $\bar{r_i}$

مثال: يريد شخص استثمار ثروته المقدرة ب 300.000 ون، ويقترح عليه ثلاث اقتراحات: استثمارها، على شكل أسهم، قروض أو استثمارات عينية ، علما أن عائد الاستثمار يتغير حسب وضعية الحالة الاقتصادية مستقبلا، التي يمكن أن تكون في حالة ركود، ثبات أو نمو، ويمكن تلخيص مصفوفة العائد من خلال ما يلي:

البدائـــل	E_1	E_2	E_3
a_1	5.000 -	900	5.000
a_2	1.000	1.200	1.400
a_3	800	1.000	1.800

حسب معيار LAPLACE

$$a_1:\ \ \bar{r_1} = \frac{1}{3}(-5.000 + 900 + 5.000) = 300$$

$$a_2:\ \ \bar{r_2} = \frac{1}{3}(1.000 + 1.200 + 1.400) = 1.200$$

$$a_3:\ \ \bar{r_3} = \frac{1}{3}(800 + 1.000 + 1.800) = 1.200$$

$$MAX\{ \overline{r_1} ; \overline{r_2}; \overline{r_3} \} = \{ \overline{r_2} ; \overline{r_3}\}$$

إذن البديل الأمثل هو a_2^* ، a_3^*

1-2/ معيار التشاؤم WALD (Maximin) Critère

يطبق معيار WALD من طرف صاحب القرار الذي لا يحب المخاطرة، حيث يعتبر هذا المعيار تشاؤميا

مبدأ هذا المعيار هو اختيار البديل ذو أقل مخاطرة أي:

- تعظيم أدنى ربح ممكن Maximin : في حالة مصفوفة العائد؛
- تقليل أكبر تكلفة ممكنة Minimax : في حالة مصفوفة التكلفة.

مثال: نفس معطيات المثال السابق

$$a_1: \ Min(-5.000 ; \ 900 ; \ 5.000) = -5.000$$

$$a_2: \ Min(1.000 ; \ 1.200 ; \ 1.400) = 1.000$$

$$a_3: \ Min(800 ; \ 1.000 ; \ 1.800) = 800$$

$$Max(-5.000 ; \ 1.000 ; \ 800) = 1.000$$

البديل الأمثل هو a_2^*

1-3/ معيار التفاؤل (Maximax) Critère

يطبق معيار Maximax من طرف صاحب القرار الذي يحب المخاطرة (المخاطر)، حيث يعتبر هذا المعيار تفاؤليا؛

مبدأ هذا المعيار هو اختيار البديل ذو أكبر عائد أو أقل تكلفة:

- تعظيم أكبر ربح ممكن Maximax : في حالة مصفوفة العائد؛

➢ تقليل أدنى تكلفة ممكنة Minimin : في حالة مصفوفة التكلفة.

مثال: نفس المثال السابق

$$a_1: \ Max(-5.000\ ;\ 900\ ;\ 5.000) = 5.000$$

$$a_2: \ Max(1.000\ ;\ 1.200\ ;\ 1.400) = 1.400$$

$$a_3: \ Max(800\ ;\ 1.000\ ;\ 1.800) = 1.800$$

$$Max(5.000\ ;\ 1.400\ ;\ 1.800) = 5.000$$

البديل الأمثل هو a_1^*

4-1/ معيار الفرصة الضائعة أو الندم Critère Savage

يركز معيار Savage على مفهوم الفرصة الضائعة والتي يتم حسابها بالفرق بين العائد المحتمل الحصول عليه بعد اتخاذ قرار ما (اختيار بديل ما) وأكبر عائد يمكن الحصول عليه عند نفس حالة الطبيعة.

ويقع الاختيار حسب معيار Savage على البديل الذي يحقق أقل قيمة للفرصة الضائعة

الاختيار وفق معيار Savage يكون كما يلي:

* حيث نعرف الفرصة الضائعة كما يلي

قيمة الفرصة الضائعة = |الربح − الربح الأمثل|

$$l_{ij} = \left| r_{ij} - r_j^* \right|$$

يتم اتخاذ القرار وفق معيار الفرصة الضائعة من خلال اتباع الخطوات التالية:

أ) ايجاد مصفوفة الفرصة الضائعة

تكون عناصر مصفوفة الفرصة الضائعة دائما موجبة من خلال الفرق بين قيمة البديل في حالة طبيعة ما والحل الأمثل لتلك الحالة بالقيمة المطلقة، وهذا كما يلي:

$$\boldsymbol{MO=(l_{ij})=\begin{pmatrix} |r_{11}-r_1^*| & \cdots\cdots & |r_{1m}-r_m^*| \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ |r_{i1}-r_1^*| & \cdots\cdots & |r_{im}-r_m^*| \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ |r_{n1}-r_1^*| & \cdots\cdots & |r_{nm}-r_m^*| \end{pmatrix}}$$

ب) إيجاد البديل الأمثل باستعمال $\mathbf{Min_i(Max_j)}$ على المصفوفة $\boldsymbol{MO}$

$$\mathrm{a_1}:\ \ Max\left(l_{11}, l_{12}\cdots, l_{\mathrm{1j}}, \cdots, l_{\mathrm{1m}}\right)$$

$$\mathrm{a_i}:\ \ Max\left(l_{\mathrm{i1}}, l_{\mathrm{i2}}\cdots, l_{\mathrm{ij}}, \cdots, l_{\mathrm{im}}\right)$$

$$\mathrm{a_n}:\ \ Max\left(l_{\mathrm{n1}}, l_{\mathrm{n2}}\cdots, l_{\mathrm{nj}}, \cdots, l_{\mathrm{nm}}\right)$$

* البديل الأمثل هو الذي يحقق $\mathrm{Min_i(Max_j)}$

مثال: نفس المثال السابق

$$\boldsymbol{MO=(l_{ij})=\begin{pmatrix} |-5.000-1.000| & |900-1.200| & |5.000-5.000| \\ |1.000-1.000| & |1.200-1.200| & |1.400-5.000| \\ |800-1.000| & |1.000-1.200| & |1.800-5.000| \end{pmatrix}}$$

$$MO=(l_{ij})=\begin{pmatrix} 6.000 & 300 & 0 \\ 0 & 0 & 3.600 \\ 200 & 200 & 3.200 \end{pmatrix}$$

$$a_1: \ Max(6.000\ ;\ 300\ ;0) = 6.000$$
$$a_2: \ Max(0\ ;\ 0\ ;3.600) = 3.600$$
$$a_3: \ Max(200\ ;\ 200\ ;3.200) = 3.200$$
$$Min(6.000\ ;\ 3.600\ ;3.200) = 3.200$$

البديل الأمثل هو a_3^*

5-1/ معيار Critère HURWICZ

يأخذ بعين الإعتبار هذا المعيار العوائد الصغيرة والكبيرة، وذلك باستعمال معامل يعرف بمعامل التفاؤل وذلك كما يلي:

$$H_i = \alpha * A + (1 - \alpha) * a$$

A : أكبر ربح

a : أقل ربح

α : معامل التفاؤل الذي هو محصور بين واحد وصفر $\alpha \in [0\ ,\ 1]$

البديل الأمثل هو الذي يعطي أكبر قيمة ل H_i

يمكن تطبيق معيار HURWICZ بطريقتين:

1- إما أن يتم تحديد معامل التفاؤل من صاحب القرار، ثم يتم تحديد البديل الأمثل؛

2- وإما يتم مناقشة البدائل المثلى حسب قيم α

ملاحظات:

- إذا كان $\alpha = 0$: نكون في حالة معيار WALD منه $H_i = a$

➢ إذا كان $\alpha = 1$: نكون في حالة معيار Maximax منه $H_i = A$

مثال: نفس معطيات المثال السابق

1– البديل الأمثل $\mathbf{a_1^*}$

$$MaxH_i = Max(\mathrm{H_1, H_2, H_3}) = \mathrm{H_1}$$

$\mathrm{H_1 > H_2}$ و $\mathrm{H_1 > H_3}$

- $\mathrm{H_1} = \alpha * 5.000 + (1-\alpha) * (-5.000) = 10.000 * \alpha - 5.000$
- $\mathrm{H_2} = \alpha * 1.400 + (1-\alpha) * 1.000 = 400 * \alpha + 1.000$
- $\mathrm{H_3} = \alpha * 1.800 + (1-\alpha) * 800 = 1.000 * \alpha + 800$

➢ $\mathrm{H_1 > H_2} \Rightarrow 10.000 * \alpha - 5.000 > 400 * \alpha + 1.000$

$$9.600 * \alpha > 6.000 \;\Rightarrow\; \alpha > \frac{6.000}{9.600} \Rightarrow\; \alpha > \frac{5}{8}$$

➢ $\mathrm{H_1 > H_3} \Rightarrow 10.000 * \alpha - 5.000 > 1.000 * \alpha + 800$

$$9.000 * \alpha > 5.800 \;\Rightarrow\; \alpha > \frac{5.800}{9.000} \Rightarrow\; \alpha > \frac{29}{45}$$

البديل $\mathrm{a_1}$ بديل أمثل إذا $\alpha \in \left]\frac{29}{45} \,,\, 1\right]$

2– البديل الأمثل $\mathbf{a_2^*}$

$$MaxH_i = Max(\mathrm{H_1, H_2, H_3}) = \mathrm{H_2}$$

$\mathrm{H_2 > H_1}$ و $\mathrm{H_2 > H_3}$

➢ $\mathrm{H_2 > H_1} \Rightarrow \alpha < \frac{5}{8}$

- $H_2 > H_3 \Rightarrow 400 * \alpha + 1.000 > 1.000 * \alpha + 800$

$$600 * \alpha < 200 \Rightarrow \alpha < \frac{200}{600} \Rightarrow \alpha < \frac{1}{3}$$

البديل a_2 بديل أمثل إذا $\alpha \in \left[0\,,\ \frac{1}{3}\right[$

3- a_3^* البديل الأمثل

$$MaxH_i = Max(H_1, H_2, H_3) = H_3$$

$H_3 > H_1$ و $H_3 > H_1$

- $H_3 > H_1 \Rightarrow \alpha < \frac{29}{45}$
- $H_2 > H_3 \Rightarrow \alpha > \frac{1}{3}$

البديل a_3 بديل أمثل إذا $\alpha \in \left]\frac{1}{3}\,,\ \frac{29}{45}\right[$

تلخيص النتائج:

- إذا كان $\alpha \in \left[0\,,\ \frac{1}{3}\right[$: a_2 بديل أمثل
- إذا كان $\alpha = \frac{1}{3}$: a_2 و a_3 بديلين أمثلين
- إذا كان $\alpha \in \left]\frac{1}{3}\,,\ \frac{29}{45}\right[$: a_3 بديل أمثل
- إذا كان $\alpha = \frac{29}{45}$: a_1 و a_3 بديلين أمثلين
- إذا كان $\alpha \in \left]\frac{29}{45}\,,\ 1\right]$: a_1 بديل أمثل

ملاحظة هامة: كل المعايير المدروسة سابقا في حالة عدم التأكد تم استعمالها على أساس مصفوفة العائد، فإذا كانت هذه المصفوفة هي مصفوفة التكاليف، فإنها تستعمل كما يلي:

أ. معيار LAPLACE: معيار الاحتمالات المتساوية

حساب $\overline{c_i}$ لكل بديل a_i : $\bar{r_i} = \frac{1}{m}(\mathrm{c_{i1}} + \mathrm{c_{i2}} + \cdots + \mathrm{c_{im}}) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}$

إيجاد البديل الأمثل: البديل الأمثل هو a_i الذي يحقق أقل $\overline{c_i}$

ب. معيار التشاؤم WALD (Maximin) Critère

حساب لكل بديل: $Max(c_{ij})$

البديل الأمثل هو الذي يحقق: $\mathrm{Min_i}\ \mathrm{Max_j}\ c_{ij}$

ج. معيار التفاؤل (Maximax) Critère

حساب لكل بديل: $Min(c_{ij})$

البديل الأمثل هو الذي يحقق: $\mathrm{Min_i}\ \mathrm{Min_j}\ c_{ij}$

د. معيار الفرصة الضائعة أو الندم Critère Savage

-1- ايجاد مصفوفة الفرصة الضائعة

$$l_{\mathrm{ij}} = \left|c_{ij} - c_j^*\right|$$

c_j^* : القيمة الأقل في كل عمود

و. معيار Critère HURWICZ

حساب لكل بديل H_i حيث

$$H_i = \alpha * \mathrm{A} + (1 - \alpha) * \mathrm{a}$$

A : أقل قيمة

a : أكبر قيمة

α : معامل التفاؤل الذي هو محصور بين واحد وصفر $\alpha \in [0\ ,\ 1]$

– إيجاد البديل الأمثل: البديل الأمثل هو الذي يعطي أقل قيمة ل H_i

2/ معايير اتخاذ القرار في حالة المخاطرة:

يمكن توضيح النموذج الرياضي لحالة المخاطرة من خلال الجدول الموالي:

البدائـــل	حالات الطبيعة			
	E_1	E_2	…	E_m
a_1	r_{11}	r_{12}	…	r_{1m}
a_2	r_{21}	r_{22}	…	r_{2m}
…	…	…	…	…
a_n	r_{n1}	r_{n2}	…	r_{nm}
	$P(E_1)$	$P(E_2)$		$P(E_m)$

لإيجاد البديل الأمثل في حالة المخاطرة فإنه يتم الاعتماد على المعايير التالية:

2–1/ معيار القيمة النقدية المتوقعة

– إن معيار القيمة النقدية المتوقعة يعتبر من المعايير الأكثر استعمالا في حالة المخاطرة لإيجاد البديل الأمثل ونرمز له ب EMG "(Espérance Moyenne de Gain)

$$\mathrm{EMG}(\mathrm{a}_1) = \sum_{j=1}^{m} \mathrm{r}_{1\mathrm{j}} * P(E_j)$$

$$\mathrm{EMG}(\mathrm{a}_1) = (\mathrm{r}_{11} * P(E_1) + \mathrm{r}_{12} * P(E_2) + \cdots + \mathrm{r}_{1\mathrm{m}} * P(E_m))$$

$$EMG(a_n) = \sum_{j=1}^{m} r_{nj} * P(E_j)$$

$$EMG(a_n) = (r_{n1} * P(E_1) + r_{n2} * P(E_2) + \cdots + r_{nm} * P(E_m))$$

إن البديل الأمثل حسب معيار القيمة النقدية المتوقعة هو البديل الذي يعظم $EMG(a_i)$

مثال: إن مسؤول التسويق له البدائل التالية:

a_1 : الرفع في سعر المنتوج ليحقق ربح إضافي يقدر ب 100.000 ون، باحتمال 0,6 أو خسارة في المبيعات (بسبب رفع سعر المنتوج) تقدر ب 80.000 ون، باحتمال 0,4

a_2 : الإبقاء على نفس سعر المنتوج والاستفادة من الزيادة في الطلب بربح يقدر ب 20.000 ون،

أكتب الصياغة الرياضية للمشكل في شكل مصفوفة:

البدائل: a_1 : الرفع في سعر المنتوج

a_2 : الحفاظ على نفس سعر المنتوج

حالات الطبيعة: E_1 : تحقيق ربح إضافي في المبيعات

E_2 : تحقيق خسارة في المبيعات

*

مصفوفة القرار:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} E_1 & E_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ P(E_j) \end{array} & \begin{pmatrix} 100.000 & -80.000 \\ 20.000 & 20.000 \end{pmatrix} \\ & \begin{array}{cc} 0,6 & 0,4 \end{array} \end{array}$$

أوجد البديل الأمثل حسب معيار EMG

$$\mathrm{EMG}(a_1) = 100.000 * 0,6 - 80.000 * 0,4 = 28.000$$

$$\mathrm{EMG}(a_2) = 20.000 * 0,4 - 20.000 * 0,6 = 20.000$$

$$\mathrm{EMG}(a_1) > \mathrm{EMG}(a_2)$$

البديل الأمثل هو a_1^*

2-2/ معيار الفرصة الضائعة أو الندم Critère Savage:

يركز معيار الفرصة الضائعة على قيمة الفرصة الضائعة l_{ij}

قيمة الفرصة الضائعة = |الربح – الربح الأمثل|

$$l_{ij} = \left|r_{ij} - r_j^*\right|$$

r_j^*: القيمة الأمثل في كل عمود

يعمل هذا المعيار على اتخاذ القرار وفق المراحل التالية:

1- ايجاد مصفوفة الفرصة الضائعة

2- حساب لكل بديل $\mathrm{RM}(a_i)$ حيث:

$$\mathrm{RM}(a_i) = \sum_{j=1}^{m} l_{ij} * P(E_j)$$

3- البديل الأمثل هو البديل الذي يقلل $\mathrm{RM}(a_i)$

ملاحظة هامة: كل المعايير المدروسة سابقا في حالة المخاطرة تم استعمالها على أساس مصفوفة العائد، فإذا كانت هذه المصفوفة هي مصفوفة التكاليف، فإنها تستعمل كما يلي:

أ. معيار القيمة النقدية المتوقعة

- حساب لكل بديل حيث

$$\mathrm{EMG}(\mathrm{a_i}) = \sum_{j=1}^{m} \mathrm{c_{ij}} * P(E_j)$$

- إن البديل الأمثل حسب معيار القيمة النقدية المتوقعة هو البديل الذي يقلل $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_i})$

ب. معيار الفرصة الضائعة أو الندم Critère Savage

يعمل هذا المعيار على اتخاذ القرار وفق المراحل التالية:

1- إيجاد مصفوفة الفرصة الضائعة

2- c_j^*: القيمة الأمثل في كل عمود $l_{\mathrm{ij}} = \left|c_{ij} - c_j^*\right|$

3- حساب لكل بديل $\mathrm{RM}(\mathrm{a_i})$

4- البديل الأمثل هو البديل الذي يقلل $\mathrm{RM}(\mathrm{a_i})$

3/ تمثيل مشكل القرار بواسطة شجرة القرار:

عند الحديث عن مشكل اتخاذ قرار ما، فإن كل القرارات تقودنا إلى اتخاذ قرار فاصل ووحيد.

مثال: - منح قرض بنكي للمؤسسة أو عدم منحها

- بعث منتوج جديد أو عدم بعثه

- تغيير آلة قديمة أو عدم تغييرها
- بناء أو عدم بناء وحدة إنتاج

لكن الواقع قد أثبت أن هذه القرارات غالبا لا تكون بسيطة بهذا الشكل، لأنها مرتبطة بقرارات بعدية أخرى، ينبغي اتخاذها وهو ما يسمى **بسلسلة اتخاذ القرار**، أي أن كل قرار رئيسي يتبعه سلسلة من القرارات الفرعية.

مثال: - بعد اتخاذ قرار منح قرض بنكي لمؤسسة ما، سيتم اتخاذ قرار حول نوعية الضمان؛

- بعد اتخاذ قرار بعث منتوج أو عدم بعثه، سيتم اتخاذ قرار حول سعره: سعر مرتفع، سعر متوسط، سعر منخفض.
- بعد قرار تغيير آلة قديمة بآلة أخرى يأتي قرار اختيار نوعية الآلة ثم قرار اختيار المورد....

وأمام هذه المعطيات، فإنه لا يمكن صياغة مشكل القرار عن طريق مصفوفة القرار، لذلك فقد أصبح من الضروري التوصل إلى طريقة أخرى تمكن من صياغة مشكل القرار على النحو الذي يظم سلسلة القرارات بأكملها.

عندئذ تم التوصل إلى صياغة تسمى **بشجرة القرار**

و تعرف شجرة القرار: على أنها البيان الذي يوضح سلسلة القرارات المتخذة وحالات الطبيعة التي يمكنها أن تتحقق مع احتمالات وقوعها، لتنتهي بنتائج اتخاذ القرارات.

يمكن التحليل عن طريق شجرة القرار إلى إيجاد البديل الأمثل عند كل نقطة قرار، أي عند نقطة الأصل وعند كل مرحلة من مراحل اتخاذ القرار.

ويتم إيجاد البديل الأمثل وفق معيار EMG

يتم تشكيل شجرة القرار وفق الرموز التالية:

نقاط القرار: □

حالات الطبيعة: ○

النتائج: △

مثال تطبيقي:

يريد مدير بنك اتخاذ قرار فيما يخص منح قروض جديدة متعلقة بتمويل السكن، إن العائد المتعلق بالقروض الممنوحة في هذا النوع من التمويل مرتبط بعنصرين:

هل البنوك المنافسة ستهتم كذلك بالتمويل السكني وتقوم بمنح قروض جديدة في مجال السكن؟؛

ماهو سعر الفائدة الواجب تبنيه في هذا الخط الجديد للتمويل: مرتفع، متوسط، منخفض؟

حيث تقدر تكلفة فتح خط تمويلي جديد في البنك ب 120.000 ون. ويكون احتمال فتح نفس الخط التمويلي بالنسبة للبنوك المنافسة هو 0,6

ففي حالة عدم فتح البنوك المنافسة نفس الخط التمويلي فإن مداخيل هذا الخط التمويلي الجديد تكون كما يلي:

- تبني معدل فائدة مرتفع: 250.000 ون
- تبني معدل فائدة متوسط: 220.000 ون

- تبني معدل فائدة منخفض: 140.000 ون

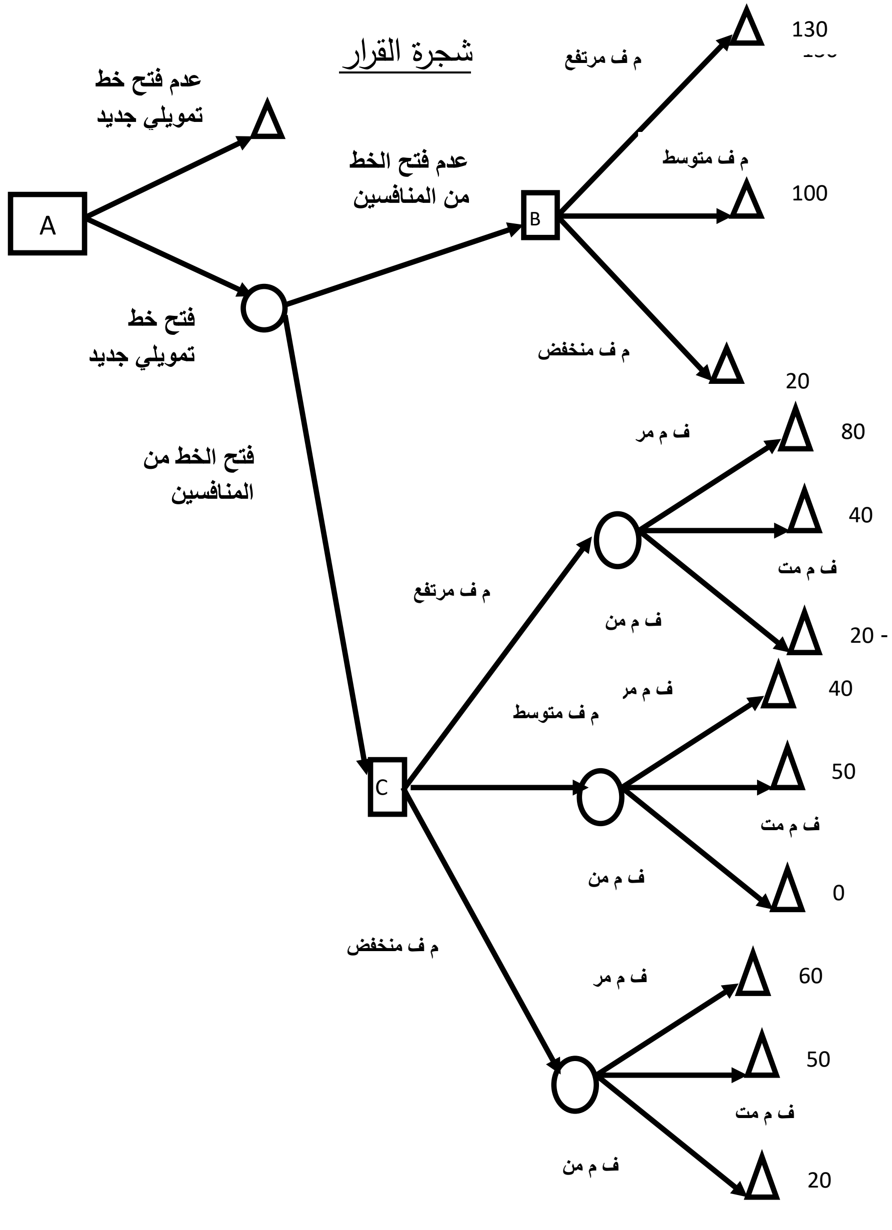
وفي حالة فتح البنوك المنافسة نفس الخط التمويلي يحقق النتائج التالية:

معدل فائدة مرتفع			سعر المنتوج x متوسط			سعر المنتوج x منخفض		
م ف م	احتمال	مداخيل	م ف م	احتمال	مداخيل	م ف م	احتمال	مداخيل
مرتفع	0,4	200.000	مرتفع	0,3	160.000	مرتفع	0,5	180.000
متوسط	0,2	160.000	متوسط	0,3	170.000	متوسط	0,2	170.000
منخفض	0,4	100.000	منخفض	0,4	120.000	منخفض	0,3	140.000

م ف م: معدل الفائدة المعتمد من البنك المنافس

1- مثل بيانيا هذا المشكل عن طريق شجرة القرار؟

2- حدد القرار الأمثل باستعمال معيار EMG؟


شجرة القرار
عدم فتح خط تمويلي جديد
فتح خط تمويلي جديد
A
عدم فتح الخط من المنافسين
فتح الخط من المنافسين
B
م ف مرتفع
130
م ف متوسط
100
م ف منخفض
20
C
م ف مرتفع
م ف متوسط
م ف منخفض
ف م مر
80
ف م مت
40
ف م من
20 -
ف م مر
40
ف م مت
50
ف م من
0
ف م مر
60
ف م مت
50
ف م من
20

من خلال شجرة القرار يمكن حساب القيمة النقدية المتوقعة عند كل نقطة قرار

– عند نقطة القرار C

$$\text{EMG}\left(\text{معدل فائدة مرتفع}\right) = 0,4 * 80 + 0,2 * 40 + 0,4 * (-20)$$

$$\mathbf{EMG}\left(\text{معدل فائدة مرتفع}\right) = \mathbf{32}$$

$$\text{EMG}\left(\text{معدل فائدة متوسط}\right) = 0,3 * 40 + 0,3 * 50 + 0,4 * 0$$

$$\mathbf{EMG}\left(\text{معدل فائدة متوسط}\right) = \mathbf{27}$$

$$\text{EMG}\left(\text{معدل فائدة منخفض}\right) = 0,5 * 60 + 0,2 * 20 + 0,3 * 20$$

$$\mathbf{EMG}\left(\text{معدل فائدة منخفض}\right) = \mathbf{46}$$

البديل الأمثل عند النقطة « C » هو تبني معدل فائدة منخفض من طرف البنك.

– عند نقطة القرار B

$$\mathbf{EMG}\left(\text{معدل فائدة مرتفع}\right) = \mathbf{130}$$

$$\mathbf{EMG}\left(\text{معدل فائدة متوسط}\right) = \mathbf{100}$$

$$\mathbf{EMG}\left(\text{معدل فائدة منخفض}\right) = \mathbf{20}$$

البديل الأمثل عند النقطة « B » هو تبني معدل فائدة مرتفع من طرف البنك.

– عند نقطة القرار A

$$\mathbf{EMG}\left(\text{عدم فتح خط تمويلي جديد}\right) = 0$$

$$\mathbf{EMG}\left(\text{فتح خط تمويلي جديد}\right) = 0{,}4 * 130 + 0{,}6 * 46$$

$$\mathbf{EMG}\left(\text{فتح خط تمويلي جديد}\right) = \mathbf{79,6}$$

البديل الأمثل عند النقطة « A » هو فتح خط تمويلي جديد متعلق بتمويل السكن حسب توقعات السوق ومنافسة البنوك الأخرى.

4/ تمارين محلولة

التمرين الأول:

عرض على أحد بائعي الساعات بالجملة، شراء مجموعة واحدة إلى خمسة مجموعات، تحتوي كل مجموعة على 500 ساعة بسعر شراء يقدر ب 1.000 و.ن للساعة الواحدة، يريد البائع أن يقرر عدد المجموعات الواجب اقتناؤها علما بأنه حسب تقديراته فإن سعر بيع الساعة الواحدة هو 1.500 و.ن وأن كل ساعة غير مباعة يمكن بيعها لبائع جملة آخر بسعر 8.00 و.ن.

1. أنشئ مصفوفة القرار
2. ماهو عدد المجموعات الأمثل الواجب شراؤها باستعمال معيار
   - Wald – Laplace – Savage – Hurwicz
3. ما هو عدد المجموعات الأمثل علما أنه لدينا التوزيع الاحتمالي التالي:

X	500	1.000	1.500	2.000	2.500
P(X)	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3

حل التمرين الأول:

البدائل: a_i : شراء عدد « i » مجموعة من الساعات

حالات الطبيعة: E_j : الطلب على عدد « j » مجموعة من الساعات

الوجدة: 10.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة				
	E1	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**
a1	25	25	25	25	25
a2	15	50	50	50	50
a3	5	40	75	75	75
a4	- 5	30	65	100	100
a5	- 15	20	55	90	125

كيفية حساب العوائد الموضحة في الجدول:

- هامش الربح لبيع كل ساعة مطلوبة = (1.500 –1000) = 500 ون
- هامش الخسارة لبيع كل ساعة غير مطلوبة (أي اعادة بيعها لتاجر جملة أخر) = (800 –1000) = – 200 ون

العوائد:

- $\mathbf{R_{11}\,;R_{12}\,;R_{13}\,;R_{14}\,;R_{15} = (500 * 500) = 250.000}$

نلاحظ أن قيم السطر الأول من المصفوفة متساوي أي أن التاجر قام بشراء مجموعة واحدة من 500 ساعة وقام ببيعها كليا لأن الطلب كان أكبر من العرض في كل الحالات بهامش ربح عادي هو (500 ون).

- $\mathbf{R_{21} = (500 * 500) + \big(500 * (-200)\big) = 150.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 500 وحدة فقط والعرض هو 1000 وحدة ، لذلك البائع يبيع 500 ساعة بهامش ربح و 500 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{22}\,;R_{23}\,;R_{24}\,;R_{25} = (1.000 * 500) = 500.000}$

نلاحظ أن قيم السطر الثاني من المصفوفة المتبقية متساوي أي أن التاجر قام بشراء مجموعتين من 500 ساعة (1.000 ساعة) وقام ببيعها كليا لأن الطلب كان أكبر من العرض في كل الحالات بهامش ربح عادي هو (500 ون).

- $\mathbf{R_{31} = (500 * 500) + \big(1.000 * (-200)\big) = 50.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 500 وحدة فقط والعرض هو 1500 وحدة ، لذلك البائع يبيع 500 ساعة بهامش ربح و 1.000 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{32} = (1.000 * 500) + \big(500 * (-200)\big) = 400.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 1.000 وحدة فقط والعرض هو 1500 وحدة ، لذلك البائع يبيع 1.000 ساعة بهامش ربح و 500 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{33}\,;R_{34}\,;R_{35} = (1.500 * 500) = 750.000}$

القيم الثلاث المتبقية من السطر الثالث من المصفوفة تكون متساوية أي أن التاجر قام بشراء 3 مجموعات من 500 ساعة (1.500 ساعة) وقام ببيعها كليا لأن الطلب كان أكبر أو يساوي العرض في كل الحالات بهامش ربح عادي هو (500 ون).

- $\mathbf{R_{41} = (500 * 500) + \big(1.500 * (-200)\big) = -\,50.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 500 وحدة فقط والعرض هو 2.000 وحدة ، لذلك البائع يبيع 500 ساعة بهامش ربح و 1.500 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{42} = (1.000 * 500) + \big(1.000 * (-200)\big) = 300.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 1.000 وحدة والعرض هو 2.000 وحدة ، لذلك البائع يبيع 1.000 ساعة بهامش ربح و 1.000 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{43} = (1.500 * 500) + \big(500 * (-200)\big) = 650.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 1.500 وحدة والعرض هو 2.000 وحدة ، لذلك البائع يبيع 1.500 ساعة بهامش ربح و 500 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{44}\,; R_{45} = (2.000 * 500) = 1.000.000}$

القيمتين المتبقيتين من السطر الرابع من المصفوفة تكون متساوية أي أن التاجر قام بشراء 4 مجموعات من 500 ساعة (2.000 ساعة) وقام ببيعها كليا لأن الطلب كان أكبر أو يساوي العرض في كل الحالات بهامش ربح عادي هو (500 ون).

- $\mathbf{R_{51} = (500 * 500) + \big(2.000 * (-200)\big) = -\,150.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 500 وحدة فقط والعرض هو 2.500 وحدة ، لذلك البائع يبيع 500 ساعة بهامش ربح و 2.000 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{52} = (1.000 * 500) + \big(1.500 * (-200)\big) = 200.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 1.000 وحدة والعرض هو 2.500 وحدة ، لذلك البائع يبيع 1.000 ساعة بهامش ربح و 1.500 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{53} = (1.500 * 500) + \big(1.000 * (-200)\big) = 550.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 1.500 وحدة والعرض هو 2.500 وحدة ، لذلك البائع يبيع 1.500 ساعة بهامش ربح و 1.000 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{54} = (2.000 * 500) + \big(500 * (-200)\big) = 900.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على الساعات هو 2.000 وحدة والعرض هو 2.500 وحدة ، لذلك البائع يبيع 2.000 ساعة بهامش ربح و 500 الباقية يبيعها لتاجر جملة أخر بهامش خسارة.

- $\mathbf{R_{55} = (2.500 * 500) = 1.250.000}$

التاجر قام بشراء 5 مجموعات من 500 ساعة (2.500 ساعة) وقام ببيعها كليا لأن الطلب كان مساوي للعرض بهامش ربح عادي هو (500 ون).

2. ماهو عدد المجموعات الأمثل الواجب شراؤها باستعمال

أ/ معيار Wald

الوحدة: 10.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة					Min
	E1	E2	E3	E4	E5	
a1	25	25	25	25	25	25
a2	15	50	50	50	50	15
a3	5	40	75	75	75	5
a4	- 5	30	65	100	100	-5
a5	- 15	20	55	90	125	-15

- a_1: $Min(25\,;25\,;\ 25\,;25\,;\ 25) = 25$
- a_2: $Min(15\,;50\,;\ 50\,;50\,;\ 50) = 15$
- a_3: $Min(5\,;40\,;\ 75\,;75\,;\ 75) = 5$
- a_4: $Min(-5\,;30\,;\ 65\,;100\,;\ 100) = -5$
- a_5: $Min(-15\,;20\,;\ 55\,;90\,;\ 125) = -15$

$Max(25\,;\ 15\,;\ 5;\ -5;\ -15) = 25$

البديل الأمثل هو a_1^*

ب/ معيار Laplace

3. الوحدة: 10.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة					$\overline{r_i}$
	E1	E2	E3	E4	E5	
a1	25	25	25	25	25	25
a2	15	50	50	50	50	43
a3	5	40	75	75	75	54
a4	- 5	30	65	100	100	58
a5	- 15	20	55	90	125	55

- $a_1: \ \overline{r_1} = \frac{1}{5}(25+25+25+25+25) = 25$.
- $a_2: \ \overline{r_2} = \frac{1}{5}(15+50+50+50+50) = 43.$
- $a_3: \ \overline{r_3} = \frac{1}{5}(5+40+75+75+75) = 54.$.
- $a_4: \ \overline{r_4} = \frac{1}{5}(-5+30+65+100+100) = 58.$
- $a_5: \ \overline{r_5} = \frac{1}{5}(-15+20+55+90+125) = 55$.

$$MAX\{\overline{r_1}\ ;\ \overline{r_2};\ \overline{r_3};\ \overline{r_4};\ \overline{r_5}\} = \{\ \overline{r_4}\ \}$$

إذن البديل الأمثل هو a_4^*

ج/ معيار التفاؤل (Maximax) Critère

الوحدة: 10.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة					Max
	E1	E2	E3	E4	E5	
a1	25	25	25	25	25	25
a2	15	50	50	50	50	50
a3	5	40	75	75	75	75
a4	- 5	30	65	100	100	100
a5	- 15	20	55	90	125	125

- a_1: $Max(25\,;25\,;\ 25\,;25\,;\ 25) = 25$
- a_2: $Max(15\,;50\,;\ 50\,;50\,;\ 50) = 50$
- a_3: $Max(5\,;40\,;\ 75\,;75\,;\ 75) = 75$
- a_4: $Max(-5\,;30\,;\ 65\,;100\,;\ 100) = 100$
- a_5: $Max(-15\,;20\,;\ 55\,;90\,;\ 125) = 125$

$Max(25\,;\ 50\,;\ 75;\ 100;\ 125) = 125$

البديل الأمثل هو a_5^*

د/ معيار Savage

إيجاد البديل الأمثل باستعمال $\mathbf{Min_i(Max_j)}$ على المصفوفة $\boldsymbol{MO}$

حساب مصفوفة الندم أو الفرصة الضائعة: $\boldsymbol{MO}$

$$MO = (l_{ij}) = \begin{pmatrix} |25-25| & |25-50| & |25-75| & |25-100| & |25-125| \\ |15-25| & |50-50| & |50-75| & |50-100| & |50-125| \\ |5-25| & |40-50| & |75-75| & |75-100| & |75-125| \\ |-5-25| & |30-50| & |65-75| & |100-100| & |100-125| \\ |-15-25| & |20-50| & |55-75| & |90-100| & |125-125| \end{pmatrix}$$

$$MO = (l_{ij}) = \begin{pmatrix} 00 & 25 & 50 & 75 & 100 \\ 10 & 00 & 25 & 50 & 75 \\ 20 & 10 & 00 & 25 & 50 \\ 30 & 20 & 10 & 00 & 25 \\ 40 & 30 & 20 & 10 & 00 \end{pmatrix}$$

بعد تحديد قيم مصفوفة الندم، سنقوم كخطوة ثانية بحساب القيم العظمى لكل سطر من المصفوفة (أي الندم الأقصى أو الفرصة الضائعة القصوى لكل بديل من البدائل المتاحة).

- a_1: $Max(0;\ 25\ ;\ 50; 75; 100) = 100$
- a_2: $Max(10\ ;\ 0;\ 25;\ 50; 75) = 75$
- a_3: $Max(20;\ 10\ ;\ 0;\ 25;\ 50) = 50$
- a_4: $Max(30;\ 20;\ 10\ ;\ 0;\ 25) = 30$
- a_5: $Max(40;\ 30;\ 20;\ 10\ ;\ 0) = 40$

$$Min(100\ ; 75; 50; 30; 40) = 30$$

البديل الأمثل هو a_4^*

ه/ معيار **Hurwicz**

- $\mathbf{a_1^*}$ البديل الأمثل

$$MaxH_i = Max(\mathrm{H}_1;\ \mathrm{H}_2; \mathrm{H}_3; \mathrm{H}_4;\ \mathrm{H}_3) = \mathrm{H}_1$$

$\mathrm{H}_1 > \mathrm{H}_2$ و $\mathrm{H}_1 > \mathrm{H}_3$ و $\mathrm{H}_1 > \mathrm{H}_4$ و $\mathrm{H}_1 > \mathrm{H}_5$

- $\mathrm{H}_1 = \alpha * 25 + (1-\alpha) * 25 = 25$
- $\mathrm{H}_2 = \alpha * 50 + (1-\alpha) * 15 = 35 * \alpha + 15$
- $\mathrm{H}_3 = \alpha * 75 + (1-\alpha) * 5 = 70 * \alpha + 5$
- $\mathrm{H}_4 = \alpha * 100 + (1-\alpha) * -5 = 105 * \alpha - 5$
- $\mathrm{H}_5 = \alpha * 125 + (1-\alpha) * -15 = 140 * \alpha - 15$

- $\mathrm{H}_1 > \mathrm{H}_2 \Rightarrow 25 > 35 * \alpha + 15$

$$.35 * \alpha < 10 \Rightarrow \alpha < \frac{10}{35} \Rightarrow \alpha < \frac{2}{7}$$

- $\mathrm{H}_1 > \mathrm{H}_3 \Rightarrow 25 > 70 * \alpha + 5$

$$70 * \alpha < 20 \Rightarrow \alpha < \frac{20}{70} \Rightarrow \alpha < \frac{2}{7}.$$

- $\mathrm{H}_1 > \mathrm{H}_4 \Rightarrow 25 > 105 * \alpha - 5$

$$105 * \alpha < 30 \Rightarrow \alpha < \frac{30}{105} \Rightarrow \alpha < \frac{2}{7}.$$

- $\mathrm{H}_1 > \mathrm{H}_5 \Rightarrow 25 > 140 * \alpha - 15$

$$140 * \alpha < 40 \Rightarrow \alpha < \frac{40}{140} \Rightarrow \alpha < \frac{2}{7}.$$

البديل a_1 بديل أمثل إذا $\alpha \in \left[0 , \frac{2}{7}\right[$

2– $\mathbf{a_2^*}$ البديل الأمثل

$$MaxH_i = Max(\mathrm{H}_1;\ \mathrm{H}_2; \mathrm{H}_3; \mathrm{H}_4;\ \mathrm{H}_3) = \mathrm{H}_2$$

$\mathrm{H}_2 > \mathrm{H}_1$ و $\mathrm{H}_2 > \mathrm{H}_3$ و $\mathrm{H}_2 > \mathrm{H}_4$ و $\mathrm{H}_2 > \mathrm{H}_5$

- $\mathrm{H}_2 > \mathrm{H}_1 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$
- $\mathrm{H}_2 > \mathrm{H}_3 \Rightarrow 35 * \alpha + 15 > 70 * \alpha + 5$

  $35 * \alpha < 10 \ \Rightarrow \ \alpha < \frac{10}{35} \Rightarrow \ \alpha < \frac{2}{7}$.
- $\mathrm{H}_2 > \mathrm{H}_4 \Rightarrow 35 * \alpha + 15 > 105 * \alpha - 5$

  $70 * \alpha < 20 \ \Rightarrow \ \alpha < \frac{20}{70} \Rightarrow \ \alpha < \frac{2}{7}$.
- $\mathrm{H}_2 > \mathrm{H}_5 \Rightarrow 35 * \alpha + 15 > 140 * \alpha - 15$

  $105 * \alpha < 30 \ \Rightarrow \ \alpha < \frac{30}{105} \Rightarrow \ \alpha < \frac{2}{7}$.

البديل a_2 بديل أمثل إذا كانت قيمة $\alpha = \frac{2}{7}$

3– $\mathbf{a_3^*}$ البديل الأمثل

$$MaxH_i = Max(\mathrm{H}_1;\ \mathrm{H}_2; \mathrm{H}_3; \mathrm{H}_4;\ \mathrm{H}_3) = \mathrm{H}_3$$

$\mathrm{H}_3 > \mathrm{H}_1$ و $\mathrm{H}_3 > \mathrm{H}_2$ و $\mathrm{H}_3 > \mathrm{H}_4$ و $\mathrm{H}_3 > \mathrm{H}_5$

- $\mathrm{H}_3 > \mathrm{H}_1 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$
- $\mathrm{H}_3 > \mathrm{H}_2 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$

- $H_3 > H_4 \Rightarrow 70 * \alpha + 5 > 105 * \alpha - 5$

$$35 * \alpha < 10 \Rightarrow \alpha < \frac{10}{35} \Rightarrow \alpha < \frac{2}{7}.$$

- $H_3 > H_5 \Rightarrow 70 * \alpha + 5 > 140 * \alpha - 15$

$$70 * \alpha < 20 \Rightarrow \alpha < \frac{20}{70} \Rightarrow \alpha < \frac{2}{7}.$$

البديل a_3 بديل أمثل إذا كانت قيمة $\alpha = \frac{2}{7}$

4- البديل الأمثل $\mathbf{a_4^*}$

$$MaxH_i = Max(H_1;\ H_2; H_3; H_4;\ H_3) = H_4$$

$H_4 > H_1$ و $H_4 > H_2$ و $H_4 > H_3$ و $H_4 > H_5$

- $H_4 > H_1 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$
- $H_4 > H_2 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$
- $H_4 > H_3 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$
- $H_4 > H_5 \Rightarrow 105 * \alpha - 5 > 140 * \alpha - 15$

$$35 * \alpha < 10 \Rightarrow \alpha < \frac{10}{35} \Rightarrow \alpha < \frac{2}{7}.$$

البديل a_4 بديل أمثل إذا كانت قيمة $\alpha = \frac{2}{7}$

5- البديل الأمثل $\mathbf{a_5^*}$

$$MaxH_i = Max(H_1;\ H_2; H_3; H_4;\ H_3) = H_5$$

$H_5 > H_1$ و $H_5 > H_2$ و $H_5 > H_3$ و $H_5 > H_4$

- $H_5 > H_1 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$

- $H_5 > H_2 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$
- $H_5 > H_3 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$
- $H_5 > H_4 \Rightarrow \alpha > \frac{2}{7}$

البديل a_5 بديل أمثل إذا $\alpha \in \left]\frac{2}{7}\ ,\ 1\right]$

تلخيص النتائج:

- إذا كان $\alpha \in \left[0\ ,\ \frac{2}{7}\right[: a_1$ بديل أمثل
- إذا كان $\alpha = \frac{2}{7}$: كل البدائل a_1 بديل أمثل من البديل الأول إلى البديل الخامس
- إذا كان $\alpha \in \left]\frac{2}{7}\ ,\ 1\right] : a_5$ بديل أمثل

3–ما هو عدد المجموعات الأمثل علما أنه لدينا التوزيع الاحتمالي التالي:

الوحدة: 10.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة				
	E1	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**
a1	25	25	25	25	25
a2	15	50	50	50	50
a3	5	40	75	75	75
a4	- 5	30	65	100	100
a5	- 15	20	55	90	125
$P(E_j)$	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3

$$\mathrm{EMG}(\mathrm{a_i}) = \sum_{j=1}^{m} \mathrm{r_{ij}} * P(E_j)$$

- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_1}) = 25$
- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_2}) = 0{,}2 * 15 + 0{,}1 * 50 + 0{,}2 * 50 + 0{,}2 * 50 + 0{,}3 * 50$
  $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_2}) = 43$
- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_3}) = 0{,}2 * 5 + 0{,}1 * 40 + 0{,}2 * 75 + 0{,}2 * 75 + 0{,}3 * 75$
  $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_3}) = 57{,}5$
- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_4}) = 0{,}2 * (-5) + 0{,}1 * 30 + 0{,}2 * 65 + 0{,}2 * 100 + 0{,}3 * 100 = 65$
- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_5}) = 0{,}2 * (-15) + 0{,}1 * 20 + 0{,}2 * 55 + 0{,}2 * 90 + 0{,}3 * 125 = 65{,}5$

البديل $\mathrm{a_5}$ هو البديل أمثل

التمرين الثاني:

تنتج مؤسسة سلعة "م" بقيمة 60 و.ن للعلبة ثم تبيعها ب 90 و.ن للعلبة، من أجل تخطيط عملية الإنتاج فإن المؤسسة قدرت حسب التجارب السابقة الطلب على هذه السلعة ب 500، 1.000، 1.500، 2.000 علبة.

إذا كان الطلب أقل من الكمية المنتجة فإن الفائض يبقى في المخزن (المنتوج لا يبقى حتما صالحا في المخزن لذلك فإننا سنقدر قيمته بالصفر)، أما إذا كان الطلب أكبر من الكمية المنتجة فإنه حفاظا على شهرة المؤسسة، ستحاول المؤسسة توفير هذا الفرق في الانتاج والطلب بانتاج كمية خاصة بتكلفة 100 و.ن للصندوق أما سعر البيع فلا يتغير في هذه الحالة أي 90 و.ن للصندوق.

1. أنشئ مصفوفة القرار وهذا بعد تعيين مجموعة البدائل وحالات الطبيعة؟؛
2. أوجد البديل الأمثل باستعمال معيار القيمة النقدية المتوقعة وفق التوزيع الاحتمالي التالي:

X	500	1.000	1.500	2.000
P(x)	0,2	0,2	0,3	0,3

حل التمرين رقم 02:

البدائل: a_i : تنتج المؤسسة « 500 x i» علبة لتغطية الطلب

حالات الطبيعة: E_j : الطلب على عدد « 500 x i» علبة

1. مصفوفة العوائد:

الوحدة: 1.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة			
	E1	E2	E3	E4
a1	15	10	5	-
a2	- 15	30	25	20
a3	- 45	-	45	40
a4	- 75	- 30	15	60

كيفية حساب العوائد الموضحة في الجدول:

- هامش الربح لبيع كل علبة مطلوبة = (90 –60) = 30 ون
- هامش خسارة انتاج كل علبة غير مطلوبة (أي تخزينها وتم افتراض قيمتها 0) = (0 –60) = – 60 ون
- هامش خسارة انتاج كل علبة اضافية لاستيفاء الطلب الاضافي = (90 –100) = – 10 ون

طريقة حساب العوائد:

- $\mathbf{R_{11} = (500 * 30) = 15.000}$

أي أن المؤسسة قامت بانتاج 500 علبة وقامت ببيعها بهامش ربح عادي يقدر ب(30 ون).

- $\mathbf{R_{12} = (500 * 30) + \big(500 * (-10)\big) = 10.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 1.000 وحدة والعرض هو 500 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بانتاج اضافي يقدر ب 500 وحدة، وبذلك المؤسسة تبيع 500 علبة بهامش ربح (30 ون) و 500 المنتجة في ظروف غير عادية تبيعها بهامش خسارة (-10 ون).

- $\mathbf{R_{13} = (500 * 30) + \big(1.000 * (-10)\big) = 5.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 1.500 وحدة والعرض هو 500 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بانتاج اضافي يقدر ب 1.000 وحدة، وبذلك المؤسسة تبيع 500 علبة بهامش ربح (30 ون) و 1.000 االمنتجة في ظروف غير عادية تبيعها بهامش خسارة (-10 ون).

- $\mathbf{R_{14} = (500 * 30) + \big(1.500 * (-10)\big) = 0}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 2.000 وحدة والعرض هو 500 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بانتاج اضافي يقدر ب 1.500 وحدة، وبذلك المؤسسة تبيع 500 علبة بهامش ربح (30 ون) و 1.500 المنتجة في ظروف غير عادية تبيعها بهامش خسارة (-10 ون).

- $\mathbf{R_{21} = (500 * 30) + \big(500 * (-60)\big) = -15.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 500 وحدة والعرض هو 1.000 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بتخزين المنتوج الاضافي والمقدر ب 500 ون مما يكبدها خسارة كون افتراض قيمة المنتوج المخزون معدومة، بذلك المؤسسة تبيع 500 علبة بهامش ربح (30 ون) و 500 المخزنة يتم تقييمها بهامش خسارة يقدر ب (-60 ون) وهي تكلفة الانتاج.

$$\mathbf{R_{22} = (1.000 * 30) = 30.000} -$$

أي أن المؤسسة قامت بانتاج 1.000 علبة وقامت ببيعها بهامش ربح عادي يقدر ب(30 ون).

$$\mathbf{R_{23} = (1.000 * 30) + \big(500 * (-10)\big) = 25.000} \quad -$$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 1.500 وحدة والعرض هو 1.000 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بانتاج اضافي يقدر ب 500 وحدة، وبذلك المؤسسة تبيع 1.000 علبة بهامش ربح (30 ون) و 500 المنتجة في ظروف غير عادية تبيعها بهامش خسارة (-10 ون).

$$\mathbf{R_{24} = (1.000 * 30) + \big(1.000 * (-10)\big) = 20.000} \quad -$$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 2.000 وحدة والعرض هو 1.000 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بانتاج اضافي يقدر ب 1.000 وحدة، وبذلك المؤسسة تبيع 1.000 علبة بهامش ربح (30 ون) و 1.000 المنتجة في ظروف غير عادية تبيعها بهامش خسارة (-10 ون).

$$\mathbf{R_{31} = (500 * 30) + \big(1.000 * (-60)\big) = -45.000} \quad -$$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 500 وحدة والعرض هو 1.500 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بتخزين المنتوج الاضافي والمقدر ب 1.000 وحدة (افتراض قيمة المنتوج المخزن معدومة)، بذلك المؤسسة تبيع 500 علبة بهامش ربح (30 ون) و 1.000 المخزنة يتم تقييمها بهامش خسارة يقدر ب (-60 ون) وهي تكلفة الانتاج.

- $\mathbf{R_{32} = (1.000 * 30) + \big(500 * (-60)\big) = 0}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 1.000 وحدة والعرض هو 1.500 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بتخزين المنتوج الاضافي والمقدر ب 500 وحدة (افتراض قيمة المنتوج المخزن معدومة)، بذلك المؤسسة تبيع 1.000 علبة بهامش ربح (30 ون) و500 المخزنة يتم تقييمها بهامش خسارة يقدر ب (-60 ون) وهي تكلفة الانتاج.

- $\mathbf{R_{33} = (1.500 * 30) = 45.000}$

أي أن المؤسسة قامت بانتاج 1.500 علبة وقامت ببيعها بهامش ربح عادي يقدر ب(30 ون).

- $\mathbf{R_{34} = (1.500 * 30) + \big(500 * (-10)\big) = 40.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 2.000 وحدة والعرض هو 1.500 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بانتاج اضافي يقدر ب 500 وحدة، وبذلك المؤسسة تبيع 1.500 علبة بهامش ربح (30 ون) و 500 المنتجة في ظروف غير عادية تبيعها بهامش خسارة (-10 ون).

- $\mathbf{R_{41} = (500 * 30) + \big(1.500 * (-60)\big) = -75.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 500 وحدة والعرض هو 2.000 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بتخزين المنتوج الاضافي والمقدر ب 1.500 وحدة (افتراض قيمة المنتوج المخزن معدومة)، بذلك المؤسسة تبيع 500 علبة بهامش ربح (30 ون) و 1.500 المخزنة يتم تقييمها بهامش خسارة يقدر ب (–60 ون) وهي تكلفة الانتاج.

- $\mathbf{R_{42} = (1.000 * 30) + \big(1.000 * (-60)\big) = -30.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 1.000 وحدة والعرض هو 2.000 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بتخزين المنتوج الاضافي والمقدر ب 1.000 وحدة (افتراض قيمة المنتوج المخزن معدومة)، بذلك المؤسسة تبيع 1.000 علبة بهامش ربح (30 ون) و1.000 المخزنة يتم تقييمها بهامش خسارة يقدر ب (–60 ون) وهي تكلفة الانتاج.

- $\mathbf{R_{43} = (1.500 * 30) + \big(500 * (-60)\big) = 15.000}$

في هذه الحالة كان الطلب على العلب هو 1.500 وحدة والعرض هو 2.000 وحدة لذلك ينبغي على المؤسسة أن تقوم بتخزين المنتوج الاضافي والمقدر ب 500 وحدة (افتراض قيمة المنتوج المخزن معدومة)، بذلك المؤسسة تبيع 1.500 علبة بهامش ربح (30 ون) و500 المخزنة يتم تقييمها بهامش خسارة يقدر ب (–60 ون) وهي تكلفة الانتاج.

- $\mathbf{R_{44} = (2.000 * 30) = 60.000}$

أي أن المؤسسة قامت بانتاج 2.000 علبة وقامت ببيعها بهامش ربح عادي يقدر ب(30 ون).

2. أوجد البديل الأمثل باستعمال معيار القيمة النقدية المتوقعة وفق التوزيع الاحتمالي التالي:

3. الوحدة: 1.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة			
	E1	E2	E3	E4
a1	15	10	5	-
a2	- 15	30	25	20
a3	- 45	-	45	40
a4	- 75	- 30	15	60
$P(E_j)$	0,2	0,2	0,3	0,3

$$\mathrm{EMG}(\mathrm{a_i}) = \sum_{j=1}^{m} r_{\mathrm{ij}} * P(E_j)$$

- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_1}) = 0{,}2 * 15 + 0{,}2 * 10 + 0{,}3 * 5 = \mathbf{6,5}$
- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_2}) = 0{,}2 * (-15) + 0{,}2 * 30 + 0{,}3 * 25 + 0{,}3 * 20$
  $\mathbf{EMG(a_2) = 16,5}$
- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_3}) = 0{,}2 * (-45) + 0{,}3 * 45 + 0{,}3 * 40$
  $\mathbf{EMG(a_3) = 16,5}$
- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_4}) = 0{,}2 * (-75) + 0{,}2 * (-30) + 0{,}3 * 15 + 0{,}3 * 60$
  $\mathbf{EMG(a_2) = 1,5}$

البديل $\mathbf{a_2}$ و $\mathbf{a_3}$ هما البديلان الأمثلين.

التمرين الثالث :

تقوم مؤسسة بالإنتاج على شكل مجموعات، تحتوي –كل مجموعة على 4 وحدات، إذ لاحظت المؤسسة أن بعض الوحدات المنتجة تظهر فيها بعض النقائص عندما تكون بين أيدي المستهلك، عندئذ تتحمل المؤسسة تكلفة مقدرة ب 4.000 و.ن (تكلفة الإرجاع للمؤسسة والتصليح).

تريد المؤسسة أن تخفف من عبء هذه التكاليف وهذا بتطوير نظام مراقبة النوعية، هذا الأخير يقوم على اختيار 50 مجموعة عشوائيا خلال مرحلة الإنتاج ثم تتم عملية تشخيص النقائص الملاحظة فيه.

فيما يلي جدول يوضح نتائج هذه الدراسة أي عدد المجموعات من 50 المختارة عشوائيا والتي لوحظ فيها n من الوحدات غير الصالحة.

عدد القطع غير صالحة n	0	1	2	3	4
عدد الملاحظات	20	5	5	10	10

لدى المؤسسة اقتراحين:

الاقتراح A : المواصلة كما في السابق أي بدون مراقبة الإنتاج الإضافي.

الاقتراح B : إقامة مراقبة صارمة على كل وحدة منتجة، وهذا بتكلفة إضافية قدرها 1.000 و.ن/ للمجموعة والتي تقضي كلية على المخاطرة السابقة. إن الوحدات التي يلاحظ أنها غير صالحة خلال عملية المراقبة يتم إصلاحها بتكلفة قدرها 2.000 و.ن/ للوحدة.

1. ما هو الاقتراح الأقل تكلفة؟؛
2. أوجد البديل الأمثل باستعمال معيار

- Wald - Laplace - Savage - Hurwicz

حل التمرين الثالث :

البدائل: a_1 : عدم القيام بأي اجراء ، ترك الأمور تعمل كما سبق

a_2 : تطبيق مراقبة صارمة للإنتاج قبل خروجه من المصنع

حالات الطبيعة: E_j : عدد الوحدات غير الصالحة في المجموعة هو (j-1)

j=1....5

1. مصفوفة العوائد:

الوحدة: 1.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة				
	E1	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**
a1	0	4	8	12	16
a2	1	3	5	7	9
$P(E_j)$	0,4	0,1	0,1	0,2	0,2

كيفية حساب العوائد الموضحة في الجدول:

طريقة حساب العوائد:

- $\mathbf{R_{11} = (4.000 * 0) = 0}$.

المجموعة لا تحتوى على أي وحدة غير صالحة أي تكلفة الاصلاح هي 0.

- $\mathbf{R_{12} = (4.000 * 1) = 4.000}$.

المجموعة تحتوى على وحدة غير صالحة أي تكلفة الاصلاح هي 4.000 ون.

- $\mathbf{R_{13} = (4.000 * 2) = 8.000}$.
- $\mathbf{R_{14} = (4.000 * 3) = 12.000}$.
- $\mathbf{R_{15} = (4.000 * 4) = 16.000}$.

- $\mathbf{R_{21} = 1.000 + (2.000 * 0) = 1.000}$.

المجموعة لا تحتوى على أي وحدة غير صالحة أي تكلفة الاصلاح هي 0، لكن المراقبة الصارمة للمجموعة تكلف المؤسسة 1.000 ون، منه التكلفة الإجمالية هي 1.000 ون.

- $\mathbf{R_{22} = 1.000 + (2.000 * 1) = 3.000}$.

المجموعة تحتوى على وحدة غير صالحة أي تكلفة الاصلاح هي 2.000 ون، وتكلفة المراقبة الصارمة للمجموعة هي 1.000 ون، منه التكلفة الإجمالية هي 3.000 ون.

- $\mathbf{R_{23} = 1.000 + (2.000 * 2) = 5.000}$.
- $\mathbf{R_{24} = 1.000 + (2.000 * 3) = 7.000}$.
- $\mathbf{R_{25} = 1.000 + (2.000 * 4) = 9.000}$.

حساب البديل الأقل تكلفة

$$\mathrm{EMG}(\mathrm{a_i}) = \sum_{j=1}^{m} \mathrm{c_{ij}} * P(E_j)$$

- ❖ $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_1}) = 0{,}1 * 4 + 0{,}1 * 8 + 0{,}2 * 12 + 0{,}2 * 16 = \mathbf{6{,}8}$
- ❖ $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_2}) = 0{,}4 * 1 + 0{,}1 * 3 + 0{,}1 * 5 + 0{,}2 * 7 + 0{,}2 * 9$
  $\mathbf{EMG(a_2) = 4{,}4}$

البديل $\mathbf{a_2}$ هو البديل الأمثل لأنه البديل الأقل تكلفة.

2. ماهو الاختيار الأمثل بين المراقبة الصارمة أو ترك الأمور كما هي

أ/ معيار Wald

البدائل	حالات الطبيعة					Max
	E1	E2	E3	E4	E5	
a1	0	4	8	12	16	16
a2	1	3	5	7	9	9

- $\mathrm{a}_1:\ Max(0\,;4\,;\ 8\,;12\,;\ 16) = 16$
- $\mathrm{a}_2:\ Max(1\,;3\,;\ 5\,;7\,;\ 9) = 9$

$$Min(16\,;\ 9) = 9$$

البديل الأمثل هو a_2^*

ب/ معيار Laplace

البدائل	حالات الطبيعة					$\overline{r_i}$
	E1	E2	E3	E4	E5	
a1	0	4	8	12	16	8
a2	1	3	5	7	9	5

- $\mathrm{a}_1:\ \overline{r_1} = \frac{1}{5}(0+4+8+12+16) = 8$.
- $\mathrm{a}_2:\ \overline{r_2} = \frac{1}{5}(1+3+5+7+9) = 5$

$$Min\{\ \overline{r_1}\,;\ \overline{r_2}\} = \{\ \overline{r_2}\ \}$$

إذن البديل الأمثل هو a_2^*

ج/ معيار التفاؤل (Manimin) Critère

البدائل	حالات الطبيعة					Min
	E1	E2	E3	E4	E5	
a1	0	4	8	12	16	0
a2	1	3	5	7	9	1

- a_2: $Min(0\,;4\,;\;8\,;12\,;\;16) = 0$
- a_3: $Min(1\,;3\,;\;5\,;7\,;\;9) = 1$

$$Min(0\,;\;1) = 0$$

البديل الأمثل هو a_1^*

د/ معيار Savage

إيجاد البديل الأمثل باستعمال $\mathrm{Min_i(Max_j)}$ على المصفوفة $\boldsymbol{MO}$

حساب مصفوفة الندم أو الفرصة الضائعة: $\boldsymbol{MO}$

$$\boldsymbol{MO} = (\boldsymbol{l_{ij}}) = \begin{pmatrix} |0-0| & |4-3| & |8-5| & |12-7| & |16-9| \\ |1-0| & |3-3| & |5-5| & |7-7| & |9-9| \end{pmatrix}$$

$$MO = (l_{ij}) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{7} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

بعد تحديد قيم مصفوفة الندم، سنقوم كخطوة ثانية بحساب القيم العظمى لكل سطر من المصفوفة (أي الندم الأقصى أو الفرصة الضائعة القصوى لكل بديل من البدائل المتاحة).

- a_1: $Max(0;\;1\,;\;3;5;7) = 7$

- a_2: $Max(1\,;\ 0;\ 0;\ 0;0) = 1$

$$Min(7\,;1) = 1$$

البديل الأمثل هو a_2^*

هـ/ معيار Hurwicz

- $\mathbf{a_1^*}$ البديل الأمثل

$$MinH_i = Min(\mathrm{H}_1;\ \mathrm{H}_2) = \mathrm{H}_1$$

$\mathrm{H}_1 < \mathrm{H}_2$

- $\mathrm{H}_1 = \alpha * 0 + (1-\alpha) * 16 = 16 - 16 * \alpha$
- $\mathrm{H}_2 = \alpha * 1 + (1-\alpha) * 9 = 9 - 8 * \alpha$

- $\mathrm{H}_1 < \mathrm{H}_2 \Rightarrow 16 - 16 * \alpha < 9 - 8 * \alpha$

$$.8 * \alpha > 7 \ \Rightarrow \ \alpha > \frac{7}{8}$$

البديل a_1 بديل أمثل إذا $\alpha \in \left]\frac{7}{8}\ ,\ 1\right]$

2- $\mathbf{a_2^*}$ البديل الأمثل

$$MinH_i = Min(\mathrm{H}_1;\ \mathrm{H}_2) = \mathrm{H}_1$$

$\mathrm{H}_2 < \mathrm{H}_1$

- $\mathrm{H}_2 < \mathrm{H}_1 \Rightarrow \alpha < \frac{7}{8}$

البديل a_2 بديل أمثل إذا $\alpha \in \left[0\ ,\ \frac{7}{8}\right[$

تلخيص النتائج:

- إذا كان $\alpha \in \left[0\ ,\ \frac{7}{8}\right[$: a_2 بديل أمثل
- إذا كان $\alpha = \frac{7}{8}$: البديلين a_1 و a_2 بديلين أمثلين
- إذا كان $\alpha \in \left]\frac{7}{8}\ ,\ 1\right]$: a_1 بديل أمثل

التمرين االرابع:

تواجه مؤسسة ما المشكل الإنتاجي التالي: بعد انتاج كمية 200 وحدة وجب تغيير إحدى الآلات الانتاجية، و لديها بديلين:

1. آلة بتكلفة 400 و.ن كما أن استعمال هذه الآلة يؤدي إلى وجود قطع غير صالحة، موزعة عشوائيا حسب الدراسات السابقة كما يلي:

X	2%	4%	6%	8%
P(x)	0,6	0,2	0,1	0,1

2. آلة أخرى تشبه سابقتها بتكلفة 500 و.ن لكنها تضمن نسبة القطع غير الصالحة تقدر ب 2%.

1. ما هي الآلة التي تقترحها للمؤسسة علما بأن إعادة إصلاح قطعة غير صالحة تكلف المؤسسة 20 و.ن للوحدة؟؛

الفصل الثالث :

التحليل البايزي ومفهوم تكلفة المعلومة الاضافية

الفصل الثالث : التحليل البايزي ومفهوم تكلفة المعلومة الاضافية

تمهيد:

ترتبط صحة القرارات ارتباطا قويا بمدى توفر معلومات حول إحتمالات وقوع حالات الطبيعة المستقبلية، حيث يعتمد متخذ القرار على المعطيات السابقة التي تتوفر لديه لكي يحدد مدى امكانية وقوع حالات الطبيعية ويتم تقييمها بشكل كمي هذه القيم التي يحددها تعرف **باحتمالات وقوع الأحداث المستقبلية** ، و تتعاظم مخاطرة تلك القرارات حينما تكون تلك الإحتمالات أقل ارتباطا بالملاحظة ، أي إذا اعتمدنا على رأي الخبراء في تحديد قيمتها ولانعتمد على الملاحظة الاحصائية في حد ذاتها.

هذه الاحتملات تسمح لمتخذ القرار بحساب البديل الأمثل القبلي، لكن عادة يمكن تحسين هذا البديل القبلي بالحصول على معلومة اضافية، يتم بناءا عليها حساب الاحتمالات البعدية التي على أساسها يتم حساب البديل البعدي وهو ما سيتم التركيز عليه في النقطة الثانية من هذا الفصل.

1/ التحليل البايزي:

يمكن الفصل بين نوعين من الاحتمالات الموضوعية منها و الذاتية.

1-1/ مفهوم الإحتمال الموضوعي و الذاتي:

يمكن تقسيم الاحتمالات إلى صنفين وهذا كما يلي:

1-1-1/ الإحتمالات الموضوعية:

نقول عن إحتمالات أنها موضوعية إذا كانت مستقلة عن التقديرات الذاتية لمتخذ القرار، أي أنها تكون مرتبطة ارتباطا وطيدا بالملاحظة الإحصائية أي يتم الحصول عليها عن طريق هذا الأخير.

ويمكن الحصول على هذا النوع من الاحتمالات بناءا على عدة طرق يمكن تلخيصها في النقاط التالية:

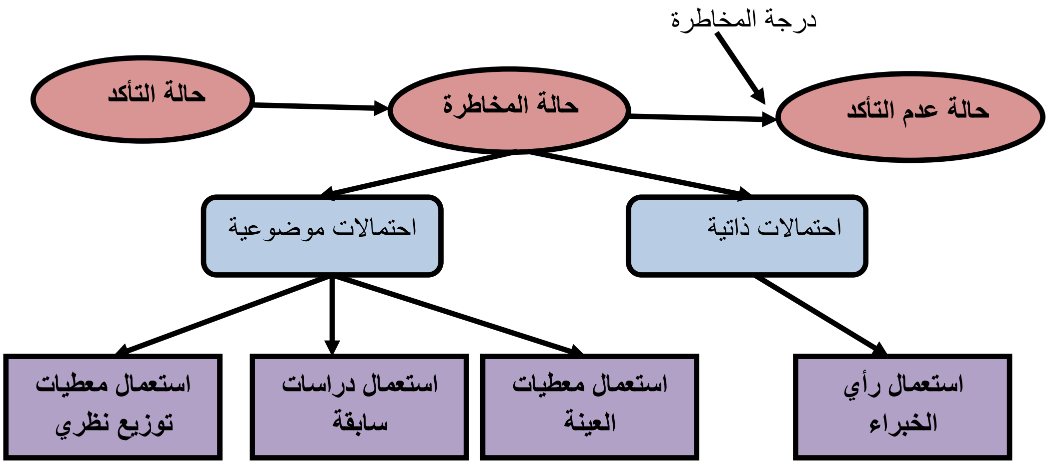
- **معطيات حول العينة المدروسة** : يتم استخراج و تقدير الإحتمالات بناءا على معطيات العينة ليتم تعميم نتائجها على المجتمع المدروس.
- **معطيات سابقة حول المشكل المدروس**:بناءا على الخبرات السابقة حول المشكل المدروس يتم استخراج وقوع كل حالة من حالات الطبيعة.
- **معطيات توزيع نظري**: يمكن للمشكل المدروس أن يتبع توزيعه أحد توزيعات الاحتمالات المنفصلة كتوزيع برنولي، ذو الحدين أو بواسون ، والذي على أساسه نقوم بحساب احتمالات الوقوع.

2-1-1/ الإحتمالات الذاتية:

يتم تحديد الإحتمالات الذاتية بناءا على رأي الخبراء حول المشكل المدروس، وليس على أساس طرق علمية إحصائية، مما يعطيها الصبغة الذاتية حيث تختلف هذه الاحتمالات من متخذ قرار لأخر لذلك فهي أقل مصداقية من الاحتمالات الموضوعية.

ويمكن توضيح موقع الاحتمالات الموضوعية والذاتية حسب درجة المخاطرة من خلال الشكل التالي:

الشكل رقم 03: الاحتمالات الموضوعية والذاتية حسب درجة المخاطرة



من خلال هذا الشكل نلاحظ أننا كلما استخدمنا الاحتمالات الذاتية زادت درجة المخاطرة، واقتربنا من حالة عدم التأكد التي تتميز بعدم توفر أي معلومة حول احتمالات الوقوع، أما اذا استخدمنا الاحتمالات الموضوعية فإننا نقلل من المخاطر كوننا قمنا باستخدام المعطيات الاحصائية لمشكل القرار وبذلك اقتربنا من حالة التأكد.

1-2/ الاحتمالات الشرطية :

سنقوم فيما يلي بمحاولة حساب الاحتمالات الشرطية بناء على قانون بايز ولتبسيط الأمور سنحاول تقسيم ذلك إلى نقطتين القانون الأول لبايز والقانون الثاني وهذا كمايلي:

1-2-1/ القانون الأول:

لتوضيح القانون الأول لبايز، نفترض وجود حدثين I و B ، و Ω فراغ العينة (أو الحدث الكلي)

الحالة الأولى: الحدثين I و B مستقلين

$$P(I \cap B) = P(I) * P(B)$$

الحالة الثانية: الحدثين I و B غير مستقلين

$$P(I \cap B) = P(A) * P(I/A) = P(B) * P(I/B) \quad (01)$$

حيث $P(B/I)$: هو حدوث الحدث B علما أنه حدث I

من خلال العلاقة أعلاه يمكن استخراج علاقة الاحتمال الشرطي كما يلي:

$$P(B/I) = \frac{P(I \cap B)}{P(I)} \quad (02)$$

أو

$$P(I/B) = \frac{P(I \cap B)}{P(B)} \quad (03)$$

حيث $0 \leq P(B/I) \leq 1$ $\quad \sum_{i=1}^{n} P(A_i/I) = 1$

انطلاقا من العلاقة رقم (01) و العلاقة رقم (02) يمكن الوصول إلى القانون الأول لبايز

$$\boldsymbol{P(B_i/I) = \frac{P(I \cap B)}{P(I)} = \frac{P(B_i) * P(I/B_i)}{P(I)}}$$

1-2-2/ القانون الثاني لبايز:

ليكن Ω فراغ العينة متكون من مجموعة من الأحداث المتنافية B_i **حيث**:

لما يكون $i \neq j$ $\qquad B_i \cap B_j = \emptyset$

ويوجد حادث I ينتمي إلى Ω فراغ العينة (موجود داخل فراغ العينة) حيث:

$$P(I) = \sum_{i=1}^{n} P(I \cap B_i) \ldots\ldots (04)$$

ويمكن توضيح العلاقة رقم 04 من خلال البرهان الموالي:

تم الإشارة أن Ω فراغ العينة متكون من مجموعة من الأحداث المتنافية B_i، أي أن الاتحاد الكلي لهذه الأحداث المتنافية يشكل الحدث الكلي Ω

$$\Omega = B_1 \cup B_2 \cup \ldots\ldots\ldots \cup B_n \ldots\ldots\ldots (06)$$

ونعلم أن أي حادث تقاطع Ω فراغ العينة يعطينا نفس الحادث كونه متواجد داخل فراغ العينة:

$$I \cap \Omega = I \ldots\ldots (07)$$

نعوض العلاقة (06) في (07) نجد:

$$I \cap (B_1 \cup B_2 \cup \ldots\ldots\ldots \cup B_n) = I \ldots\ldots (08)$$

بما أن B_n أحداث متنافية نجد:

$$I = (I \cap B_1) + (I \cap B_2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + (I \cap B_n)$$

$$I = \sum_{i=1}^{n} (I \cap B_i).$$

$$P(I) = \sum_{i=1}^{n} P(I \cap B_i) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (09)$$

وبتعويض العلاقة رقم 09 في القانون الأول لبايز نتحصل على القانون الثاني لبايز كما يلي:

$$P(B_i/I) = \frac{P(B_i)*P(I/B_i)}{P(I)} = \frac{P(B_i)*P(I/B_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(I \cap B_i)}$$

حيث:

- $P(B_i/I)$: الاحتمال البعدي
- $P(B_i)$: الإحتمال القبلي
- $P(I/B_i)$: الإحتمال الشرطي
- $P(I \cap B_i)$: الإحتمال الهامشي

تهدف نظرية بايز إلى تعديل الاحتمالات القبلية بعد توفر معلومة اضافية ، مما يسمح لمتخذ القرار من تحسين الاختيار القبلي أو الابقاء عليه وهذا ما سيتم الفصل فيه في النقطة الموالية من هذا الفصل.

مثال: تقوم مؤسسة لإنتاج السيارات بإنتاج (05) خمسة أنواع من السيارات كل نوع يتم انتاجه من فرع من فروع الشركة، من خلال التجارب السابقة لوحظ أن بعض السيارات لها بعض العيوب، وهذا من خلال خدمة ما بعد البيع التي تقدمها المؤسسة ويمكن توضيح نسب العيوب الملاحظة لكل نوع من السيارات من خلال الجدول التالي:

معلومات حول السيارات	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
نسبة السيارات التي ظهرت فيها عيوب	0,08	0,03	0,05	0,04	0,02
مساهمة كل فرع من الفروع في المبيعات	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

تحصل متخذ القرار على معلومة اضافية مفادها، أنه لما تم اختيار 25 سيارة بصفة عشوائية من كل الأنواع الخمسة تبين أن 03 منها أظهرت عيوب، كيف لهذه المعلومة أن تغير قيمة الإحتمالات القبلية $P(B_i)$ الموضحة في الجدول أعلاه؟ .

حل المثال:

تعريف بالمعلومة الإضافية أو الحدث I : هي الحصول على 3 سيارات فيها عيوب من عينة تتكون من 25 سيارة.

هذه المعلومة الإضافية تسمح لمتخذ القرار من تغيير قيمة الإحتمالات القبلية $P(B_i)$ الموضحة في الجدول السابق، ويتحصل بذلك على احتمالات جديدة تعرف بالإحتمالات البعدية والتي نقصد بها احتمال أن تكون السيارة من الفرع B_i لكن بعد ظهور المعلومة الاضافية ونرمز لها $P(B_i/I)$.

الإحتمالات القبلية:

$$P(B_1) = 0,1 \quad ; \ P(B_2) = 0,2 \quad ; P(B_3) = 0,3 \ .$$
$$P(B_4) = 0,2 \quad ; \ P(B_5) = 0,2 \ .$$

المعلومة الاضافية:

I : الحصول على 3 سيارات فيها عيوب من عينة تتكون من 25 سيارة.

الإحتمالات البعدية:

$$\boldsymbol{P(B_1/I)=?\quad ;P(B_2/I)=?\quad ;P(B_3/I)=?}\ .$$
$$\boldsymbol{P(B_4/I)=?\quad ;\ P(B_5/I)=?}\ .$$

لحساب هذه الاحتمالات نقوم باستخدام علاقة بايز:

$$\boldsymbol{P(B_i/I)=\frac{P(B_i)*P(I/B_i)}{P(I)}}\ .$$

من خلال هذه العلاقة يتضح أنه لحساب الإحتمالات البعدية $P(B_i/I)$ ، ينبغي حساب أولا الإحتمالات الشرطية $P(I/B_i)$، ثم حساب احتمال المعلومة الإضافية $P(I)$ هذا الأخير الذي سيتم حسابه بناءا على الإحتمالات الهامشية $P(I\cap B_i)$

1/ حساب الإحتمالات الشرطية $\boldsymbol{P(I/B_i)}$

نعرف الإحتمال الشرطي:

$\boldsymbol{P(I/B_1)}$: احتمال الحصول على 3 سيارات فيها عيوب من عينة تتكون من 25 سيارة علما أن نسبة السيارات التي ظهرت فيها عيوب لهذا الفرع هي 0,08 .

يظهر من تعريف هذا الحدث أنه يتبع توزيع ثنائي الحد الذي يمكن تعريفه كما يلي:

$$\boldsymbol{I/B_1\sim B(n;p)}\ .$$
$$\boldsymbol{I/B_1\sim B(25;0,08)}\ .$$

$$\boldsymbol{P(I/B_1)=C_{25}^{3}*(0,08)^3*(0,92)^{22}=0,1881}$$

بنفس الطريقة يمكن حساب $\boldsymbol{P(I/B_2)}$

$$I/B_2 \sim B(25; 0,03) .$$

$$P(I/B_2) = C_{25}^3 * (0,03)^3 * (0,97)^{22} = 0,0318$$

$$I/B_3 \sim B(25; 0,05) .$$

$$P(I/B_3) = C_{25}^3 * (0,05)^3 * (0,95)^{22} = 0,0930$$

$$I/B_4 \sim B(25; 0,04) .$$

$$P(I/B_4) = C_{25}^3 * (0,04)^3 * (0,96)^{22} = 0,0600$$

$$I/B_5 \sim B(25; 0,02) .$$

$$P(I/B_5) = C_{25}^3 * (0,02)^3 * (0,98)^{22} = 0,0118$$

بعد حساب الاحتمالات الشرطية يمكن حساب الاحتمالات البعدية بعد الحصول على المعلومة الاضافية وفق الجدول التالي:

فرع انتاج السيارات	$P(B_i)$	$P(I/B_i)$	$P(I \cap B_i)$	$P(B_i/I)$
B_1	0,1	0,1881	0,0188	0,2790
B_2	0,2	0,0318	0,0064	0,0943
B_3	0,3	0,0930	0,0279	0,4139
B_4	0,2	0,0600	0,0120	0,1779
B_5	0,2	0,0118	0,0024	0,0350
			0,0674	1

تم حساب الاحتمالات الهامشية الموضحة في الجدول من خلال العلاقة التالية:

$$P(I \cap B_i) = P(B_i) * P(I/B_i)$$

وبناءا على هاته الاحتمالات الهامشية تم حساب احتمال المعلومة الإضافية من خلال العلاقة:

$$P(I) = \sum_{i=1}^{n} P(I \cap B_i)$$

$$P(I) = 0,0188 + 0,0064 + 0,0279 + 0,0120 + 0,0024$$

$$P(I) = 0,0674$$

وبعد تحديد كل من الإحتمالات الشرطية والهامشية تم حساب الاحتمالات البعدية وفق قانون بايز الموضح من العلاقة التالية:

$$P(B_i/I) = \frac{P(B_i)*P(I/B_i)}{P(I)}.$$

ويمكن توضيح كيفية حساب $P(B_1/I)$ على سبيل المثال لا الحصر (القيم الأخرى موضحة في الجدول السابق)كمايلي :

$$P(B_1/I) = \frac{0,1*0,1881}{0,0674} = \frac{0,0188}{0,0674}$$

$$P(B_1/I) = 0,2790$$

نلاحظ ارتفاع قيمة احتمال الفرع الأول من 10% إلى حوالي 27% بعد ظهور المعلومة الاضافية.

2/ تكلفة المعلومة الإضافية:

يمكن لمتخد القرار أن يبني قراره على البديل الأمثل القبلي، أو أن يستخدم معلومة اضافية تسمح له من تحسين قراره الأولي، لكن ينبغي عليه التأكد من أن الفائدة المرجوة من هذه المعلومة الاضافية أكبر من تكلفة الحصول عليها، ويمكن تقسيم

مراحل القرار إلى مرحلتين المرحلة الأولى وهي البحث على البديل الأمثل القبلي، ويمكن أن يكتفي متخذ القرار بهذه المرحلة فحسب، أو يبحث على معلومة اضافية تسمح له من تعديل قراره الأول و هو ما يعرف بالبديل الأمثل البعدي وهذا كمايلي:

تحديد البديل الأمثل القبلي:

يمكن تحديد خطوات البحث على البديل الأمثل القبلي كما يلي:

1) تعريف مشكل القرار في حالة عدم التأكد؛
2) صياغة مشكل القرار باستخدام مصفوفة القرار من خلال تحديد البدائل، حالات الطبيعة و العوائد في حالة مصفوفة العوائد أو التكاليف فيما يخص مصفوفة التكاليف؛
3) القيام بتقدير الإحتمالات القبلية $P(E_j)$ باستعمال إحدى الطرق سالفة الذكر (احتمالات موضوعية أو احتمالات ذاتية)؛
4) البحث عن البديل الأمثل القبلي؛
5) دراسة مخاطرة البديل الأمثل القبلي.

تحديد البديل الأمثل البعدي:

يمكن تحديد خطوات البحث على البديل الأمثل البعدي كما يلي:

1) لتذليل مخاطر البديل الأمثل القبلي يقوم متخذ القرار بالبحث عن معلومة اضافية I ؛
2) حساب الإحتمالات البعدية $P(E_j/I)$ بعد اعتماد المعلومة الاضافية (حساب كل من الاحتمالات الشرطية و الاحتمالات الهامشية)؛

3) ايجاد البديل الأمثل البعدي ومقارنته مع البديل الأمثل القبلي، هل سمح من تحسينه أم لا.

2-1/ فائدة المعلومة الاضافية:

نقول أن المعلومة الاضافية يمكن أن تكون مفيدة لصاحب القرار إذا كانت الفائدة المرجوة منها أكبر من تكلفتها والتي نرمز لها ب CIC وهذا حسب العلاقة الموالية:

$$EMG\left(\text{بديل أمثل بعدي}\right) - EMG\left(\text{بديل أمثل قبلي}\right) > CIC$$

2-2/ الربح المتوقع في حالة التأكد $\boldsymbol{PEC}$:

الربح المتوقع في حالة التأكد هو أقصى ربح يمكن أن يحصل عليه متخذ القرار لما يكون لديه وسيلة تنبؤ فعالة، أي أن المقرر يعرف ما هي حالة الطبيعة التي ستقع مستقبلا، هذا الربح يعتبر ربح نظري وليس واقعي، لكن يسمح لمتخذ القرار معرفة أقصى ربح يمكن الوصول إليه إذا توفر على وسيلة فعالة للتنبؤ ويتم حساب هذا الربح من خلال العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{PEC = \sum_{j=1}^{m} P\left(E_j\right) * r_{ij}^{*}}$$

حيث:

$\boldsymbol{r_{ij}^{*}}$: يمثل العائد الأمثل لكل عمود من مصفوفة العوائد

مثال:

أمام متخذ القرار مشكل يمكن تلخيص عوائده المستقبلية في كل حالة طبيعة ممكنة لكل بديل من خلال مصفوفة العوائد التالية (مصفوفة القرار للتمرين رقم 01 من الفصل السابق):

الوحدة: 10.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة				
	E1	E2	E3	E4	E5
a1	25	25	25	25	25
a2	15	50	50	50	50
a3	5	40	75	75	75
a4	- 5	30	65	100	100
a5	- 15	20	55	90	125
$P(E_j)$	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3

أولا سنقوم بحساب القيمة النقدية المتوقعة لكل بديل:

- $\mathrm{EMG}(a_1) = 25$
- $\mathrm{EMG}(a_2) = 0{,}2 * 15 + 0{,}1 * 50 + 0{,}2 * 50 + 0{,}2 * 50 + 0{,}3 * 50$
  $\mathrm{EMG}(a_2) = 43$
- $\mathrm{EMG}(a_3) = 0{,}2 * 5 + 0{,}1 * 40 + 0{,}2 * 75 + 0{,}2 * 75 + 0{,}3 * 75$
  $\mathrm{EMG}(a_3) = 57{,}5$
- $\mathrm{EMG}(a_4) = 0{,}2 * (-5) + 0{,}1 * 30 + 0{,}2 * 65 + 0{,}2 * 100 + 0{,}3 * 100 = 65$
- $\mathrm{EMG}(a_5) = 0{,}2 * (-15) + 0{,}1 * 20 + 0{,}2 * 55 + 0{,}2 * 90 + 0{,}3 * 125 = 65{,}5$

البديل a_5 هو البديل أمثل

نلاحظ أن البديل الأمثل الذي تم اختياره ليس خالي من المخاطرة، أي هناك احتمال 20% أن يخسر قيمة 150.000 ون وهي قيمة معتبرة ، لذلك سيحاول متخذ القرار البحث عن معلومة اضافية للتقليل من المخاطرة، هذه المعلومة كما تم الاشارة اليها سالفا لها تكلفة، لذلك ينبغي على متخذ القرار معرفة هل تكلفة المعلومة أقل

من الفائدة القصوى المرجوة منها والتي سنقوم بتحليلها في النقط المقبلة، ولمعرفة ذلك ينبغي علية أولا حساب الربح المتوقع في حالة التأكد.

حساب الربح المتوقع في حالة التأكد لكل حالة وفق العلاقة التالية:

$$PEC = \sum_{j=1}^{m} P(E_j) * r_{ij}^{*}$$

$$PEC = 0,2 * 25 + 0,1 * 50 + 0,2 * 75 + 0,2 * 100 + 0,3 * 125$$
$$PEC = 82,5$$

ومنه الربح المتوقع في حالة التأكد الممكن الحصول عليه من طرف متخذ القرار بصفة نظرية هو 825.000 ون.

3-2/ القيمة المتوقعة لمعلومة كاملة $VEIP$:

القيمة المتوقعة لمعلومة كاملة هي أقصى فائدة مرجوة من معلومة اضافية يمكن أن يتحصل عليها متخذ القرار ويتم حسابها بالفرق بين الربح المتوقع في حالة التأكد مع القيمة النقدية المتوقعة للبديل الأمثل القبلي، وكما تم الاشارة إليه سالفا أن الربح المتوقع في حالة التأكد هو تقييم نظري لا يمكن الوصول إليه في أرض الواقع وهو أقصى عائد يمكن الوصول إليه لذلك فمن غير المعقول أن يقبل متخذ القرار بمعلومة إضافية تكون تكلفتها أكبر من هذا الفرق، لذلك فإن القيمة المتوقعة لمعلومة كاملة تسمح لمتخذ القرار من قبول أو رفض المعلومة الاضافية، ويتم حسابها من خلال العلاقة التالية:

$$VEIP = EMG\left(\text{حالة تأكد}\right) - EMG\left(\text{حالة عدم تأكد}\right)$$
$$VEIP = PEC - EMG\left(\text{حالة عدم تأكد}\right)$$

$\boldsymbol{VEIP}$: هو أقصى سعر يمكن أن يقبل متخذ القرار دفعه للحصول على معلومة إضافية (في هذه الحالة معلومة كاملة)، لكن كما تم الاشارة سابقا أنه لا توجد معلومة كاملة في الواقع، لكن يتم استخدام هذا المؤشر في البداية لمعرفة هل نقبل بالمعلومة الإضافية أم لا.

مثال: نفس معطيات المثال السابق

من خلال المثال السابق توصلنا أن البديل الأمثل القبلي هو البديل الخامس

- ❖ $\mathrm{EMG}(a_5) = 0{,}2 * (-15) + 0{,}1 * 20 + 0{,}2 * 55 + 0{,}2 * 90 + 0{,}3 * 125 = 65{,}5$

وأن الربح المتوقع في حالة التأكد هو:

$$PEC = 82{,}5$$

منه يمكن حساب القيمة المتوقعة لمعلومة كاملة من خلال العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{VEIP = PEC - EMG}\left(\text{حالة عدم تأكد}\right)$$

$$\boldsymbol{VEIP = 82{,}5 - 65{,}5 = 17}$$

ومنه أقصى سعر يمكن أن يدفعه متخذ القرار للحصول على معلومة إضافية هو 170.000 ون، وإذا فاقت تكلفة المعلومة الاضافية هذا السعر ففي هذه الحالة يعتبر قبول هذه المعلومة قرار غير رشيد.

ويمكن تلخيص مختلف الحالات الممكنة كما يلي:

- ❖ تكلفة المعلومة $< \boldsymbol{VEIP}$ يتم أخذ القرار على أساس البديل الأمثل القبلي؛

❖ تكلفة المعلومة $< VEIP$ ينبغي على متخذ القرار أن لا يحصل على المعلومة الإضافية إلا إذا تأكد من العلاقة السابقة التي تنص على أن فائدة المعلومة الإضافية أكبر من تكلفتها وهذا كمايلي:

$$EMG\left(\text{بديل أمثل بعدي}\right) - EMG\left(\text{بديل أمثل قبلي}\right) > CIC$$

2–4/ حساب الربح المتوقع في حالة التأكد من خلال مصفوفة الفرصة الضائعة:

يمكن استخدام كل من قيمة الفرصة الضائعة المتوقعة لكل بديل و القيمة النقدية المتوقعة لكل بديل، لحساب الربح المتوقع في حالة تأكد وهذا من خلال العلاقة الموالية:

$$\boldsymbol{PEC = EMG(a_i) + RM(a_i)}$$

مثال: نفس معطيات المثال السابق

توصلنا في المثال السابق إلى القيمة النقدية المتوقعة لكل بديل كما يلي:

- ❖ $\mathbf{EMG(a_1) = 25}$
- ❖ $\mathbf{EMG(a_2) = 43}$
- ❖ $\mathbf{EMG(a_3) = 57,5}$
- ❖ $\mathbf{EMG(a_4) = 65}$
- ❖ $\mathbf{EMG(a_5) = 65,5}$

ولحساب قيمة الفرصة الضائعة المتوقعة ينبغي تحديد مصفوفة الفرصة الضائعة وهذا كما يلي: (لمعرفة طريقة الحساب أنظر حل التمرين الأول في الفصل السابق)

$$MO = (l_{ij}) = \begin{pmatrix} 00 & 25 & 50 & 75 & 100 \\ 10 & 00 & 25 & 50 & 75 \\ 20 & 10 & 00 & 25 & 50 \\ 30 & 20 & 10 & 00 & 25 \\ 40 & 30 & 20 & 10 & 00 \end{pmatrix}$$

ويمكن حساب قيمة الفرصة الضائعة لكل بديل بناءا من معطيات الجدول التالي:

الوحدة: 10.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة				
	E1	E2	E3	E4	E5
a1	0	25	50	75	100
a2	10	0	25	50	75
a3	20	10	0	25	50
a4	30	20	10	0	25
a5	40	30	20	10	0
$P(E_j)$	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3

حساب قيمة االفرصة المتوقعة لكل بديل:

- $RM(a_1) = 0,1 * 25 + 0,2 * 50 + 0,2 * 75 + 0,3 * 100 = 57,5$
- $RM(a_2) = 0,2 * 10 + 0,2 * 25 + 0,2 * 50 + 0,3 * 75 = 39,5$
- $RM(a_3) = 0,2 * 20 + 0,1 * 10 + 0,2 * 25 + 0,3 * 50 = 25$
- $RM(a_4) = 0,2 * 30 + 0,1 * 20 + 0,2 * 10 + 0,3 * 25 = 17,5$
- $RM(a_5) = 0,2 * 40 + 0,1 * 30 + 0,2 * 20 + 0,2 * 10 = 17$

يلاحظ كذلك من قيمة الفرصة الضائعة المتوقعة أن البديل a_5 هو البديل الأمثل ، كون له أقل قيمة للفرصة الضائعة المتوقعة.

ويمكن التأكد من قيمة الربح المتوقع في حالة التأكد من القيمتين السابقتين لكل بديل وهذا كما يلي:

$$PEC = EMG(a_i) + RM(a_i)$$

- البديل الأول: $PEC = 25 + 57,5 = 82,5$
- البديل الثاني: $PEC = 43 + 39,5 = 82,5$
- البديل الثالث: $PEC = 57,5 + 25 = 82,5$
- البديل الرابع: $PEC = 65 + 17,5 = 82,5$
- البديل الخامس: $PEC = 65,5 + 17 = 82,5$

3/ تمارين محلولة:

التمرين الأول:

تجري شركة للمحروقات دراسة بشأن عملية التنقيب على البترول وذلك أمام خيارين:

البدائل: a_1 : التنقيب

a_2 : عدم التنقيب

وأمام ثلاث حالات طبيعية ممكنة:

حالات الطبيعة: E_1 : عملية غير ناجحة

E_2 : عملية نصف ناجحة

E_3 : عملية ناجحة

وقد حددت تكلفة الحفر ب 500.000 ون، أما مصفوفة العوائد وفقا لحالات الطبيعة المشار إليها أعلاه فهي كما يلي:

البدائل/حالات الطبيعة	θ_1 .	θ_2 .	θ_3 .
a_1 .	500.000 -	200.000	1.000.000
a_2 .	0	0	0
الإحتمالات	0,4	0,4	0,2

لكن يمكن للشركة اتخاذ إجراء إضافي يسمح لها من معرفة نوعية التربة يكلفها قيمة 80.000 ون، هذه التحاليل قد تشير إلى الحالات التالية:

حالات الطبيعة: Z_1 : عدم جودة التربة

Z_2 : نتيجة التربة غير مقنعة

Z_3 : جودة التربة أي وجود البترول بكمية هائلة، وذلك حسب ما هو مبين أدناه:

حالات الطبيعة	. θ_1	. θ_2	. θ_3	الاحتمالات الهامشية
. Z_1	0,3	0,09	0,02	0,41
. Z_2	0,15	0,12	0,08	0,35
. Z_3	0,05	0,09	0,10	0,24

1- ما هو أحسن قرار بدون إجراء أي دراسة على الأرض ؟

2- ما هو القرار الأمثل باستعمال الدراسة على الأرض (مع تمثيل لشجرة القرار)؟.

حل التمرين الأول:

1/ ماهو أحسن قرار دون إجراء أي دراسة (أي دون معلومة إضافية)

- ❖ $\boldsymbol{EMG(a_1) = 0,4 * (-500) + 0,4 * 200 + 0,2 * 1.000 = 80}$
- ❖ $\mathbf{EMG(a_2) = 0}$

القرار الأمثل هو $\mathbf{a_1^*}$ أي إجراء التنقيب

80.000 هو الربح المتوقع بدون معلومة إضافية

2/ ماهي القيمة المتوقعة لوجود معلومة إضافية كاملة

$\boldsymbol{PEC = \sum_{j=1}^{n} P(E_j) * r_{ij}^* = 0,4 * 0 + 0,4 * 200 + 0,2 * 1.000}$.

$\boldsymbol{PEC = 280}$.

منه القيمة المتوقعة لوجود معلومة إضافية كاملة هي 280.000 ون.

3/ لإيجاد القرار الأمثل بإستعمال الدراسة على الأرض (مع تمثيل شجرة القرار) قبل القيام بالدراسة ينبغي معرفة هل تكلفة المعلومة الاضافية مقبولة:

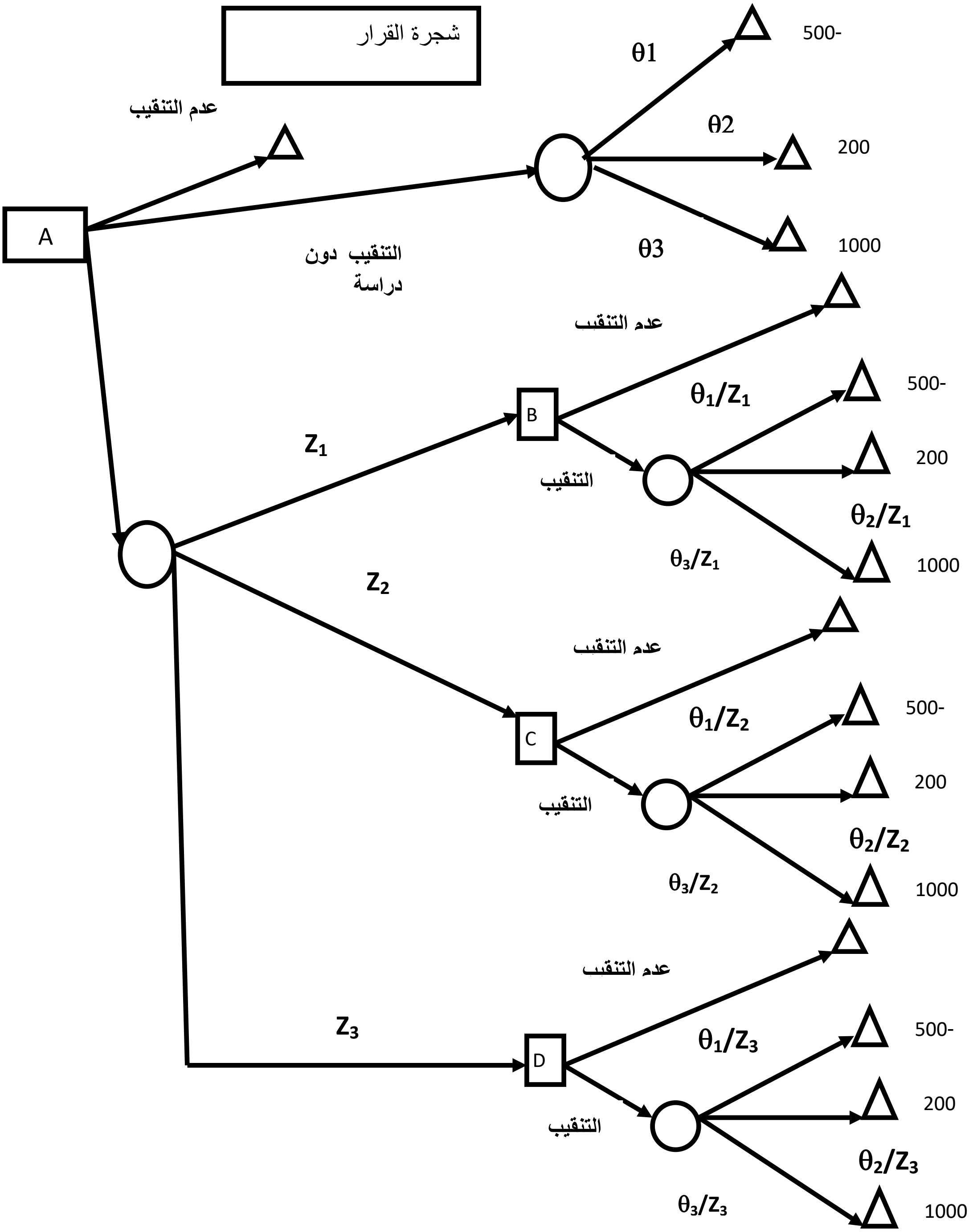
$$\boldsymbol{VEIP = PEC - EMG} \left(\text{حالة عدم تأكد}\right)$$

$$\boldsymbol{VEIP = 280 - 80 = 200}$$

بما أن تكلفة الدراسة 80 أقل من السعر الأقصى 200 ، نواصل البحث عن البديل الأمثل البعدي.

3–1/ حساب الإحتمالات البعدية بعد الحصول على المعلومة الإضافية:

	الاحتمالات الهامشية			الاحتمالات البعدية		
	$P(Z_1 \cap \theta_i)$	$P(Z_2 \cap \theta_i)$	$P(Z_3 \cap \theta_i)$	$P(\theta_i/Z_1)$	$P(\theta_i/Z_2)$	$P(\theta_i/Z_3)$
θ1	0,3	0,15	0,05	0,73	0,43	0,21
θ2	0,09	0,12	0,09	0,22	0,34	0,38
θ3	0,02	0,08	0,10	0,05	0,23	0,42
$P(Z_i)$	**0,41**	**0,35**	**0,24**	**1,00**	**1,00**	**1,00**


شجرة القرار
عدم التنقيب
A
التنقيب دون دراسة
θ1
θ2
θ3
500-
200
1000
عدم التنقب
B
التنقيب
Z_1
θ_1/Z_1
θ_2/Z_1
θ_3/Z_1
500-
200
1000
Z_2
عدم التنقب
C
التنقيب
θ_1/Z_2
θ_2/Z_2
θ_3/Z_2
500-
200
1000
Z_3
عدم التنقب
D
التنقيب
θ_1/Z_3
θ_2/Z_3
θ_3/Z_3
500-
200
1000

من خلال شجرة القرار يمكن حساب القيمة النقدية المتوقعة عند كل نقطة قرار

– عند نقطة القرار B

- $EMG(a_1) = 0,73 * (-500) + 0,22 * 200 + 0,05 * 1.000 =$
  $EMG(a_1) = -273,17$
- $EMG(a_2) = 0$

البديل الأمثل عند النقطة «B » هو عدم التنقيب.

– عند نقطة القرار C

- $EMG(a_1) = 0,43 * (-500) + 0,34 * 200 + 0,23 * 1.000 =$
  $EMG(a_1) = 82,68$
- $EMG(a_2) = 0$

البديل الأمثل عند النقطة «C » هو التنقيب.

– عند نقطة القرار D

- $EMG(a_1) = 0,21 * (-500) + 0,37 * 200 + 0,42 * 1.000 =$
  $EMG(a_1) = 387,50$
- $EMG(a_2) = 0$

البديل الأمثل عند النقطة «D » هو التنقيب.

– عند نقطة القرار A

- $EMG\left(\text{عدم التنقيب}\right) = 0$
- $EMG\left(\text{التنقيب دون دراسة}\right) = 0,4 * (-500) + 0,4 * 200 + 0,2 * 1.000 = 80$
- $EMG\left(\text{التنقيب بعد دراسة}\right) = 0,41 * 0 + 0,35 * 82.86 + 0,24 * 387,50 = 122 - 80 = 42$

البديل الأمثل عند النقطة «A » هو التنقيب دون إجراء أي دراسة.

التمرين الثاني:

لنفترض أن مؤسسة تريد تسويق منتوج، وقرار التسويق مبني على دراسة أولية للسوق، المعطيات الأولية ملخصة في الجدول التالي (جدول التكلفة).

حيث: θ_1 : طلب قوي

θ_2 : طلب ضعيف

d_1 : عدم تسويق المنتوج

d_2 : تسويق المنتوج

	θ_1	θ_2
d_1	0	L_1
d_2	L_2	0

الاحتمال القبلي حول وضعية السوق ملخص كالتالي:

$$P(\theta_1) = \alpha \quad ; \quad P(\theta_2) = 1 - \alpha$$

ليكن متغير X عشوائي معرف كما يلي:

$$X = \begin{cases} 1 & \text{شراء المنتوج} \\ 0 & \text{عدم شراء المنتوج} \end{cases}$$

وليكن التوزيع الشرطي ل X المعرف كما يلي:

$$P(X = 1 /\theta_1) = 1/3 \quad ; \quad P(X = 0 /\theta_1) = 2/3$$

$$P(X = 1 /\theta_2) = 3/5 \quad ; \quad P(X = 0 /\theta_2) = 2/5$$

1- قبل إجراء الدراسة الأولية للسوق، ما هو القرار البايزي عندما $L_1 = L_2$؟

2- لنفرض أن المؤسسة أجرت دراسة السوق على مستهلك واحد، عندما عرض المنتوج عليه قام بشرائه، ما هو الإحتمال البعدي حول وضعية الطلب ما هو القرار البايزي في هذه الحالة عندما $L_1 = L_2$؟

3- نفرض أن $\boldsymbol{\alpha = 1/2}$ ، وأن المنتوج عرض على 7 مستهلكين، وكانت النتيجة X = (1، 1، 0، 1، 0،1، 0) ما هي قيمة الاحتمالات البعدية، و ما هو البديل الأمثل عندما $L_1 = L_2$؟

حل التمرين الثاني:

1/ ايجاد القرار الأمثل عندما $L_1 = L_2$

- $EMG(d_1) = \propto * (0) + (1-\propto) * (L_1) = (1-\propto) * L_1$
- $EMG(d_2) = \propto * (L_2) + (1-\propto) * (0) = \propto * L_2$

القرار الأمثل هو الذي يحقق $Min\{(1-\propto) * L_1; \propto * L_2\}$

الحالة الأولى: d_1^*

$$EMG(d_1) < EMG(d_2) \quad \Rightarrow (1-\propto) * L_1 < \propto * L_2$$

لدينا $L_1 = L_2$ إذن:

$$(1-\propto) * L_1 < \propto * L_1 \quad \Rightarrow (1-\propto) < \propto$$

$$2 * \propto > 1 \quad \Rightarrow \propto > \frac{1}{2}$$

الحالة الثانية: d_2^*

$$EMG(d_2) < EMG(d_1) \quad \Rightarrow \propto * L_2 < (1-\propto) * L_1$$

لدينا $L_1 = L_2$ إذن:

$$\propto * L_1 < (1-\propto) * L_1 \quad \Rightarrow \propto < (1-\propto)$$

$$2 * \propto < 1 \quad \Rightarrow \propto < \frac{1}{2}$$

الحالة الثالثة: d_1^* و d_2^*

$$\propto = \frac{1}{2}$$

2/ لنفترض أن المؤسسة أجرت دراسة السوق على مستهلك واحد، عندما عرض المنتوج عليه قام بشرائه، ما هو الإحتمال البعدي حول وضعية الطلب ما هو القرار البايزي في هذه الحالة عندما $L_1 = L_2$

ح ط	احتمالات القبلية	الاحتمالات الشرطية		الاحتمالات الهامشية		الاحتمالات البعدية	
		$P(0/\theta_i)$	$P(1/\theta_i)$	$P(0\cap\theta_i)$	$P(1\cap\theta_i)$	$P(\theta_i/0)$	$P(\theta_i/1)$
θ_1	α	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}*\propto$	$\frac{1}{3}*\propto$	$\frac{5\propto}{2\propto+3}$	$\frac{5\propto}{9-4\propto}$
θ_2	$1-\alpha$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2-2\propto}{5}$	$\frac{3-3\propto}{5}$	$\frac{3-3\propto}{2\propto+3}$	$\frac{9-9\propto}{9-4\propto}$
				$\frac{4\propto+6}{15}$	$\frac{9-4\propto}{15}$	1	1

حيث:

$$P(0/\theta_i) = P(x = 0/\theta_i)$$
$$P(0\cap\theta_i) = P(x = 0\cap\theta_i)$$

$$\frac{2}{3}*\propto + \frac{2-2\propto}{5} = \frac{10\propto+6-6\propto}{15} = \frac{4\propto+6}{15}$$

$$\frac{1}{3}*\propto + \frac{3-3\propto}{5} = \frac{5\propto+9-9\propto}{15} = \frac{9-4\propto}{15}$$

ايجاد القرار الأمثل عندما $L_1 = L_2$ ، عندما عرض المنتوج على المستهلك قام بشرائه

- ❖ $EMG(d_1) = \frac{5\propto}{9-4\propto}*(0) + \frac{9-9\propto}{9-4\propto}*(L_1) = \frac{9-9\propto}{9-4\propto}*L_1$
- ❖ $EMG(d_2) = \frac{5\propto}{9-4\propto}*(L_2) + \frac{9-9\propto}{9-4\propto}*(0) = \frac{5\propto}{9-4\propto}*L_2$

القرار الأمثل هو الذي يحقق $Min\left\{\frac{9-9\propto}{9-4\propto}*L_1; \frac{5\propto}{9-4\propto}*L_2\right\}$

الحالة الأولى: d_1^*

$$EMG(d_1) < EMG(d_2) \quad \Rightarrow \frac{9-9\propto}{9-4\propto} * L_1 < \frac{5\propto}{9-4\propto} * L_2$$

لدينا $L_1 = L_2$ إذن:

$$\frac{9-9\propto}{9-4\propto} * L_1 < \frac{5\propto}{9-4\propto} * L_1 \quad \Rightarrow 9 - 9\propto < 5\propto$$

$$14 * \propto > 9 \quad \Rightarrow \propto > \frac{9}{14}$$

الحالة الثانية: d_2^*

$$EMG(d_2) < EMG(d_1) \quad \Rightarrow \frac{5\propto}{9-4\propto} * L_2 < \frac{9-9\propto}{9-4\propto} * L_1$$

لدينا $L_1 = L_2$ إذن:

$$\frac{5\propto}{9-4\propto} * L_1 < \frac{9-9\propto}{9-4\propto} * L_1 \quad \Rightarrow 5\propto < 9 - 9\propto$$

$$14 * \propto < 9 \quad \Rightarrow \propto < \frac{9}{14}$$

الحالة الثالثة: d_1^* و d_2^*

$$\propto = \frac{9}{14}$$

عند افتراض $\boldsymbol{\alpha = 1/2}$ ، وأن المنتوج عرض على 7 مستهلكين، والنتيجة كانت كما يلي X = (1، 1، 0، 1، 0،1، 0) ما هي قيمة الاحتمالات البعدية، و ما هو البديل الأمثل عندما $L_1 = L_2$

حساب الاحتمالات البعدية

$$P(\theta_1/X) = \frac{P(X/\theta_1) * P(\theta_1)}{P(X)} .$$

$$P(X) = P(X/\theta_1) * P(\theta_1) + P(X/\theta_2) * P(\theta_2)$$

$$P(X) = [(X=1)/\theta_1]^4 * [(X=0)/\theta_1]^3 * P(\theta_1) + [(X=1)/\theta_2]^4 * [(X=0)/\theta_2]^3 * P(\theta_2)$$

$$P(X) = \left(\frac{1}{3}\right)^4 * \left(\frac{2}{3}\right)^3 * \propto + \left(\frac{3}{5}\right)^4 * \left(\frac{2}{5}\right)^3 * (1-\propto)$$

$$P(X) = \left(\frac{1}{3}\right)^4 * \left(\frac{2}{3}\right)^3 * \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{5}\right)^4 * \left(\frac{2}{5}\right)^3 * \frac{1}{2}$$

$$P(X) = \frac{8}{3^7} * \frac{1}{2} + \frac{648}{5^7} * \frac{1}{2} = \frac{4}{3^7} + \frac{324}{5^7} .$$

$$P(\theta_1/X) = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^4 * \left(\frac{2}{3}\right)^3 * \frac{1}{2}}{\frac{4}{3^7} + \frac{324}{5^7}} = \frac{\frac{4}{3^7}}{\frac{4}{3^7} + \frac{324}{5^7}} = 0{,}31 .$$

$$P(\theta_2/X) = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^4 * \left(\frac{2}{5}\right)^3 * \frac{1}{2}}{\frac{4}{3^7} + \frac{324}{5^7}} = \frac{\frac{324}{5^7}}{\frac{4}{3^7} + \frac{324}{5^7}} = 0{,}69 .$$

البديل الأمثل في حالة معلومة اضافية حول 7 مستهلكين قام 4 منهم بشراء المنتوج.

- $EMG(d_1) = \mathbf{0,31} * (0) + \mathbf{0,69} * (\mathrm{L}_1) = \mathbf{0,69} * \mathrm{L}_1$
- $EMG(d_2) = \mathbf{0,31} * (\mathrm{L}_2) + \mathbf{0,69} * (0) = \mathbf{0,31} * \mathrm{L}_2 = \mathbf{0,31} * \mathrm{L}_1$

القرار الأمثل هو الذي يحقق $Min\{\mathbf{0,69} * \mathrm{L}_1; \mathbf{0,31} * \mathrm{L}_1\}$

منه البديل الأمثل هو d_2^*

التمرين الثالث:

تقوم مؤسسة ما ببعث منتوج واسع الاستهلاك ولقد حدد سعر بيعه ب 50 و.ن، تريد هذه المؤسسة أن تقرر إمكانية بعث هذا المنتوج وبيعه أم لا و هذا انطلاقا من عنصري عدم التأكد التاليين:

1) بالنسبة للكميات المنتجة سنويا والتي تعتمد على درجة قبول المنتوج من طرف المستهلكين وحسب تقديرات مصلحة التجارة فإن المبيعات قد ترتفع إلى 10.000 ، 15.000 أو 20.000 وحدة.

2) بالنسبة لتكلفة الإنتاج المتغيرة والتي تعتمد على عناصر داخل و خارج المؤسسة، منها درجة الإنتاج، حيث اقترحت 3 وجهات لقيم التكلفة المتغيرة 20، 25 أو 30 و.ن للوحدة، كما أن التكلفة الثابتة لبعث المنتوج مقدرة ب 250.000 وحدة نقدية، علما أن احتمالات الطلب موضحة في الجدول رقم (01)، واحتمالات التكلفة المتغيرة موضحة في الجدول (2).

الجدول رقم 01

	10.000	15.000	20.000
الاحتمالات	0,25	0,5	0,25

الجدول رقم 02

التكلفة المتغيرة للوحدة	10.000	15.000	20.000
20 و.ن	0,6	0,25	0,1
25 و.ن	0,3	0,5	0,3
30 و.ن	0,1	0,25	0,6

1) حدد مجموعة حالات الطبيعة θ والبدائل A ؟.
2) أوجد مصفوقة القرار ؟
3) أوجد الاحتمالات لحالات الطبيعة θ_i ؟
4) ما هو البديل الأمثل حسب معيار القيمة النقدية المتوقعة؟
5) ما هو موقفك اتجاه المخاطرة إذا كنت متخذ القرار بالنسبة للبديل الأمثل؟
6) ما هو المبلغ الأقصى الذي يمكن أن يدفعه متخذ القرار للحصول على معلومة إضافية ؟

نفترض أن المؤسسة يمكنها إجراء دراسة السوق بتكلفة 2.000 و.ن بهدف التقليل من المخاطر، إذن نتائج دراسة السوق هي:

$Z_3 = 20.000$; $Z_2 = 15.000$; $Z_1 = 10.000$.

حيث Z_i هي مستويات الطلب.

حسب التجارب السابقة لدينا المعلومات التالية، أي الاحتمالات الشرطية $P(Z_k /\theta_i)$

جدول الاحتمالات الشرطية لنتائج دراسة السوق:

المستوى الحقيقي للطلب	نتائج دراسة السوق		
	. $Z_1 = 10.000$	.$Z_2 = 15.000$	. $Z_3 = 20.000$
.10.000 = θ_1	0,75	0,2	0,05
.15.000 = θ_2	0,125	0,75	0,125
.20.000 = θ_3	0,05	0,20	0,75

7) أنشئ شجرة القرار بعد دراسة السوق؟

8) أوجد الاحتمالات البعدية؟

9) أوجد البديل الأمثل البعدي؟

حل التمرين الثالث:

1/ تحديد مجموعة البدائل وحالات الطبيعة

البدائل:– a_1 : بعث المنتوج

– a_2 : عدم بعث المنتوج

وحدة الطلب: 1.000 وحدة

حالات الطبيعة: – θ_1 : الطلب يقدر ب 10 والتكلفة المتغيرة 20

– θ_2 : الطلب يقدر ب 10 والتكلفة المتغيرة 25

– θ_3 : الطلب يقدر ب 10 والتكلفة المتغيرة 30

– θ_4 : الطلب يقدر ب 15 والتكلفة المتغيرة 20

– θ_5 : الطلب يقدر ب 15 والتكلفة المتغيرة 25

– θ_6 : الطلب يقدر ب 15 والتكلفة المتغيرة 30

– θ_7 : الطلب يقدر ب 20 والتكلفة المتغيرة 20

– θ_8 : الطلب يقدر ب 20 والتكلفة المتغيرة 25

– θ_9 : الطلب يقدر ب 20 والتكلفة المتغيرة 30

2/ايجاد مصفوفة القرار

الوحدة: 10.000 ون

البدائل	حالات الطبيعة								
	$\boldsymbol{\theta_1}$	$\boldsymbol{\theta_2}$	$\boldsymbol{\theta_3}$	$\boldsymbol{\theta_4}$	$\boldsymbol{\theta_5}$	$\boldsymbol{\theta_6}$	$\boldsymbol{\theta_7}$	$\boldsymbol{\theta_8}$	$\boldsymbol{\theta_9}$
a1	0	- 5	- 10	15	7,5	0	30	20	10
a2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P(\boldsymbol{\theta_i})$	0,15	0,075	0,025	0,125	0,25	0,125	0,025	0,075	0,15

كيفية حساب العوائد الموضحة في الجدول:

- هامش الربح عند بيع المنتوج بتكلفة 20 = (50 –20) = 30 ون
- هامش الربح عند بيع المنتوج بتكلفة 25 = (50 –25) = 25 ون
- هامش الربح عند بيع المنتوج بتكلفة 30 = (50 –30) = 20 ون

العوائد:

- $R_{11} = (10.000 * 30) - 300.000 = 0$
- $R_{12} = (10.000 * 25) - 300.000 = -50.000$
- $R_{13} = (10.000 * 20) - 300.000 = -100.000$
- $R_{14} = (15.000 * 30) - 300.000 = 150.000$
- $R_{15} = (15.000 * 25) - 300.000 = 75.000$
- $R_{16} = (15.000 * 20) - 300.000 = 0$
- $R_{17} = (20.000 * 30) - 300.000 = 300.000$
- $R_{18} = (20.000 * 25) - 300.000 = 200.000$
- $R_{19} = (20.000 * 20) - 300.000 = 100.000$

4/ ما هو البديل الأمثل حسب معيار القيمة النقدية المتوقعة

/ ماهو أحسن قرار دون إجراء أي دراسة (أي دون معلومة إضافية)

- $EMG(a_1) = 0,075 * (-5) + 0.025 * (-10) + 0,125 * 15 + 0,25 * 7,5 + 0,025 * 30 + 0,075 * 20 + 0,15 * 10 = 6,875$
- $EMG(a_2) = 0$

القرار الأمثل هو a_1^* أي بعث المنتوج

68.750 هو الربح المتوقع بدون معلومة إضافية

5/موقف متخذ القرار تجاه المخاطرة بالنسبة للبديل الأمثل

باختيار البديل كبديل أمثل فإن الربح المتوقع هو 68.750 ون، ولكن عند نفس البديل يمكن أن تقع خسارة مقدرة ب 100.000 ون و 50.000 ون إذا وقعت حالة الطبيعة رقم 02 أو 03 على التوالي، عندئذ يمكن اعتبار هذه المخاطرة كبيرة وهذا باحتمال 10% (7,5%+2,5%).

6/المبلغ الأقصى الذي يمكن أن يدفعه متخذ القرار للحصول على معلومة إضافية

$$\boldsymbol{VEIP = PEC - EMG}\left(\text{حالة عدم تأكد}\right)$$

أولا ينبغي حساب القيمة المتوقعة لوجود معلومة إضافية كاملة

$$\boldsymbol{PEC = \sum_{j=1}^{n} P(E_j) * r_{ij}^{*} = 0,125 * 15 + 0,25 * 7,5 + 0,025 * 30 + 0,075 * 20 + 0,15 * 10 = 7,5}.$$

منه القيمة المتوقعة لوجود معلومة إضافية كاملة هي 75.000 ون.

لإيجاد القرار الأمثل بإستعمال الدراسة على السوق (مع تمثيل شجرة القرار) ينبغي معرفة هل هذه الدراسة مجدية أم لا ، بتعبير أخر هل تكلفة المعلومة الاضافية مقبولة:

$$\boldsymbol{VEIP = PEC - EMG}\left(\text{حالة عدم تأكد}\right)$$

$$\boldsymbol{VEIP = 7,5 - 6,875 = 0,625}$$

6.250 هو السعر الذي يمكن أن يدفعه متخذ القرار للحصول على معلومة كاملة، وبما أن تكلفة المعلومة 2.000 ون أقل من هذا السعر نبحث على البديل الأمثل البعدي باستخدام شجرة القرار.

بما أن تكلفة الدراسة 2.000 ون أقل من السعر الأقصى 200 ، نواصل البحث عن البديل الأمثل البعدي.

7/ أنشئ شجرة القرار بعد دراسة السوق

لتبسيط شجرة القرار يمكن إعتبار 3 حالات طبيعة للتكايف المتغيرة (20، 25، 30) كحالة طبيعة واحدة من خلال حساب متوسط التكلفة في كل حالة وهذا كما يلي:

- العائد المتوسط في حالة انتاج يقدر ب 10.000

$$\overline{\mathbf{R_1}} = \mathbf{0,6 * (0) + 0,3 * (-5) + 0,1 * (-10) = -2,5}$$

- العائد المتوسط في حالة انتاج يقدر ب 20.000

$$\overline{\mathbf{R_2}} = \mathbf{0,25 * (15) + 0,5 * (7,5) + 0,25 * (0) = 7,5}$$

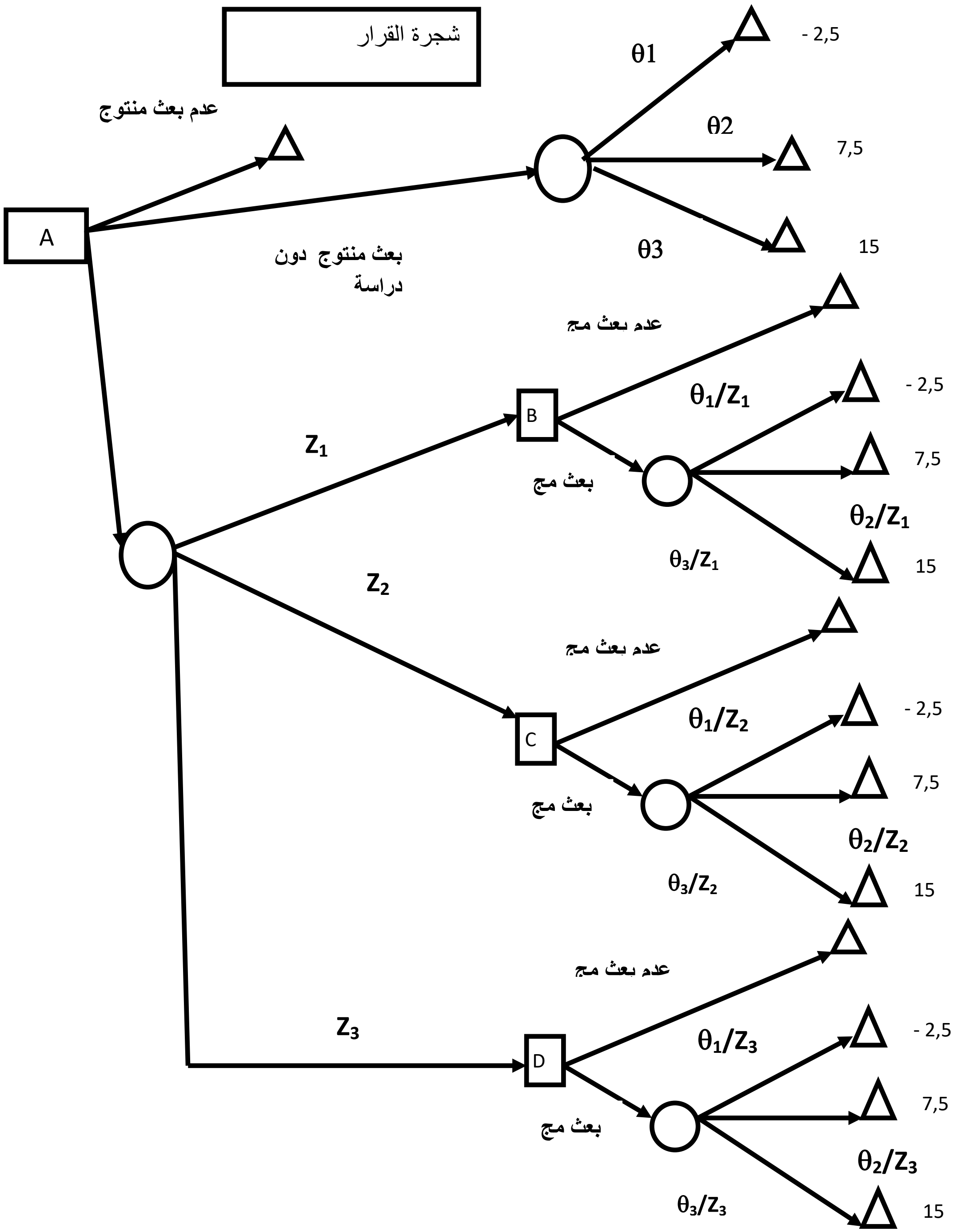
- العائد المتوسط في حالة انتاج يقدر ب 30.000

$$\overline{\mathbf{R_3}} = \mathbf{0,1 * (30) + 0,3 * (20) + 0,6 * (10) = 15}$$

أي أصبحت لدينا 3 حالات طبيعة فقط بعد دمج حالات الطبيعة المتعلقة بالتكلفة بحساب متوسط التكلفة وهي كما يلي:

حالات الطبيعة: - θ_1 : الطلب يقدر ب 10.000

- θ_2 : الطلب يقدر ب 15.000
- θ_3 : الطلب يقدر ب 20.000


شجرة القرار
A
عدم بعث منتوج
بعث منتوج دون دراسة
θ1
θ2
θ3
- 2,5
7,5
15
Z1
Z2
Z3
B
C
D
عدم بعث مج
بعث مج
θ1/Z1
θ2/Z1
θ3/Z1
θ1/Z2
θ2/Z2
θ3/Z2
θ1/Z3
θ2/Z3
θ3/Z3

8/ الاحتمالات البعدية

الاحتمالات البعدية			الاحتمالات الهامشية			الاحتمالات الشرطية				
$P(\theta_i/Z_3)$	$P(\theta_i/Z_2)$	$P(\theta_i/Z_1)$	$P(Z_3\cap\theta_i)$	$P(Z_2\cap\theta_i)$	$P(Z_1\cap\theta_i)$	$P(Z_3/\theta_i)$	$P(Z_2/\theta_i)$	$P(Z_1/\theta_i)$	الاحتمالات القبلية	
0,048	0,105	0,714	0,013	0,050	0,188	0,05	0,2	0,75	0,25	θ1
0,238	0,789	0,238	0,063	0,375	0,063	0,125	0,75	0,125	0,5	θ2
0,714	0,105	0,048	0,188	0,050	0,013	0,75	0,2	0,05	0,25	θ3
1	1	1	**0,263**	**0,475**	**0,263**	$P(Z_i)$				

9/ أوجد البديل الأمثل البعدي

من خلال شجرة القرار يمكن حساب القيمة النقدية المتوقعة عند كل نقطة قرار

– عند نقطة القرار B

- $EMG(a_1) = 0,714 * (-2,5) + 0,238 * 7,5 + 0,05 * 15 =$
  $EMG(a_1) = 0,714$
- $EMG(a_2) = 0$

البديل الأمثل عند النقطة «B » هو بعث المنتوج.

– عند نقطة القرار C

- $EMG(a_1) = 0,105 * (-2,5) + 0,789 * 7,5 + 0,105 * 15 =$
  $EMG(a_1) = 7,237$
- $EMG(a_2) = 0$

البديل الأمثل عند النقطة «C » هو بعث المنتوج.

– عند نقطة القرار D

- $EMG(a_1) = 0,048 * (-2,5) + 0,238 * 7,5 + 0,714 * 15 =$
  $EMG(a_1) = 12,381$
- $EMG(a_2) = 0$

البديل الأمثل عند النقطة «D » هو بعث المنتوج.

– عند نقطة القرار A

- ❖ $EMG\left(\text{عدم بعث منتوج}\right)=0$
- ❖ $\mathbf{EMG}\left(\text{بعث منتوج دون دراسة}\right)=\mathbf{0,25*(-2,5)+0,5*7,5+0,25*15=6,875}$
- ❖ $\mathbf{EMG}\left(\text{التنقيب بعد دراسة}\right)=\mathbf{0,263*(0,714)+0,475*(7,237)+0,263*(12,381)=6,875-2=4,875}$

البديل الأمثل عند النقطة «A » هو بعث المنتوج دون إجراء أي دراسة.

الفصل الرابع :
نظرية القرار ومعيار المتوسط والتباين

الفصل الرابع : نظرية القرار ومعيار المتوسط والتباين

تمهيد:

تم الإعتماد في الفصول السابقة على حساب كل من القيمة النقدية المتوقعة والفرصة الضائعة المتوقعة، هذه المعايير تعتمد على مفهوم المتوسط، ويعرف على هذا الأخير في الاحصاء على أنه غير كافي للقيام بالتحليل فهو معيار غير خالي من المخاطرة، فاختيار البديل الأمثل على أساس القيمة النقدية المتوقعة يمكن أن يعطي بديل أمثل له قيم متطرفة تؤدي إلى وقوع مخاطرة كبيرة إذا حدثت حالة الطبيعة ما عند تلك القيمة المتطرفة التي تؤدي إلى تحمل خسارة كبيرة يمكن للمؤسسة أن لا تتحملها، لذلك الإعتماد على معيار القيمة النقدية فقط يعتبر تحليل أحادي المعيار، إذ ينبغي استخدام معايير أخرى تسمح بتقليل المخاطر وعادة ما نستخدم في الاحصاء معيار التباين الذي يوضح مدى تشتت المعطيات مقارنة بالمتوسط فكلما زاد التشتت عظمت المخاطرة والعكس صحيح.

1/ نقائص معيار القيمة النقدية المتوقعة:

يظهر معيار القيمة النقدية المتوقعة عدة نقائص كونه يعتمد على القيم المتوسطة مما يهمل في التحليل إمكانية الوقوع في القيم المتطرفة التي يمكن أن تعرض المؤسسة إلى مخاطر كبيرة، ويمكن فهم بعض نقائص معيار القيمة النقدية المتوقعة من خلال الأمثلة التطبيقية التالية:

مثال رقم 01:

نفترض مصفوفة القرار التالية:

الوحدة: مليون دج

البدائل	حالات الطبيعة				
	E1	E2	E3	E4	E5
a1	10	10	10	11	9
a2	- 10	-20	40	40	20
$P(E_j)$	0,4	0,1	0,1	0,2	0,2

حساب القيمة المتوقعة لكل بديل:

- $EMG(a_1) = 0,4 * 10 + 0,1 * 10 + 0,1 * 10 + 0,2 * 11 + 0,2 * 9 = 10$
- $EMG(a_2) = 0,4 * (-10) + 0,1 * (-20) + 0,1 * 40 + 0,2 * 40 + 0,2 * 20 = 10$

من خلال القيمة النقدية المتوقعة نلاحظ أن البديلين أمثلين، لأن لهما نفس القيمة النقدية المتوقعة، لكن من القيمتين يظهر جليا أن البديل الثاني أكثر مخاطرة من البديل الأول كون هناك إحتمال 30 % أن تكون خسارة إذا تم اختيار البديل الثاني، فمتخذ القرار الذي يتفادى المخاطرة حتما سيختار البديل الأول، أما متخذ القرار الذي يحب المخاطرة سيختار البديل الثاني كون له احتمال 30 % أن يحقق ربح مقدر ب 40 مليون دينار وهذا ما لا يمكن أن يحققه إذا اختار البديل الأول.

ولمعرفة درجة مخاطرة كل بديل ينبغي استخدام معيار ثاني للتقييم وهو معيار التباين وهذا كما يلي:

$$VAR(a_i) = \sum_{j=1}^{m} P(E_j) * \left(r_{ij} - EMG(a_i)\right)^2$$

$$\mathbf{VAR(a_1) = 0,4 * (10-10)^2 + 0,1 * (10-10)^2 + 0,1 * (10-10)^2 + 0,2 * (11-10)^2 + 0,2 * (9-10)^2 = 0,4}$$

$$\mathbf{VAR(a_2) = 0,4 * (-10-10)^2 + 0,1 * (-20-10)^2 + 0,1 * (40-10)^2 + 0,2 * (40-10)^2 + 0,2 * (20-10)^2 = 540}$$

من خلال قيم التباين يظهر جليا أن البديل الثاني أكثر مخاطرة من البديل الأول، لذلك فمن الخطأ أن نقول أن البديلين لهما نفس التفضيل لأن لهما نفس القيمة النقدية المتوقعة بل يختلف التفضيل حسب نظرة متخذ القرار حول المخاطرة هل يتحاشى أم يحب المخاطرة.

مثال رقم 02:

لنفترض لعبة قطعة نقد، تكون قواعد اللعبة كما يلي:

الاعب له الحق المواصلة في اللعبة إذا تحصل على ظهر القطعة "Pile" ، ويتوقف عن اللعب إذا تحصل على وجه القطعة "face"

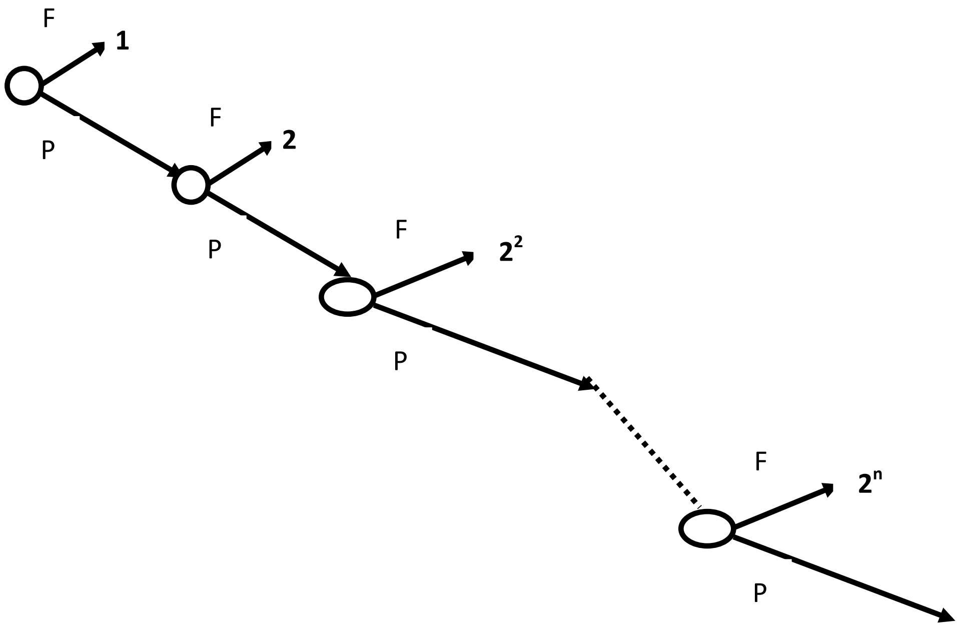
عائد اللعبة يكون بحسب عدد الرميات في الرمية الأولى يتحصل على 1 ون وكل رمية إضافية يتحصل على ضعف المبلغ السابق.

للمشاركة في هذه اللعبة ينبغي دفع حقوق الإشتراك والمقدرة ب 5.000 ون.

قطعة النقد متزنة أي الحظوظ متساوية احتمال الحصول على ظهر القطعة "Pile" هو 0,5 واحتمال الحصول على وجه القطعة "face" هو 0,5.

المطلوب:

1. توضيح كيفية سريان اللعبة في شكل بياني؛
2. هل تعتبر المشاركة في هذه اللعبة محفز؟.



حساب القيمة النقدية لهذه اللعبة:

$$\boldsymbol{EMG}\left(\text{عدم اللعب}\right) = \mathbf{0}$$
$$\boldsymbol{EMG}\left(\text{اللعب}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) * 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 * 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 * 2^2 \dots\dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} * 2^n$$
$$\boldsymbol{EMG}\left(\text{اللعب}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) * 2^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 * 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 * 2^2 \dots\dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} * 2^n$$
$$\boldsymbol{EMG}\left(\text{اللعب}\right) = \sum_{i=0}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{i+1} * 2^i = \left(\frac{1}{2}\right) * (n+1)$$
$$\lim_{n\to\infty} \boldsymbol{EMG}\left(\text{اللعب}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) * (n+1) = +\infty$$

من خلال القيمة النقدية المتوقعة للعبة فهي ما لا نهاية، أي أن العائد المتوقع من اللعبة كبير جدا، وبذلك فإن اللعبة محفزة، لكن تحليل معطيات هذه اللعبة يظهر جليا أن حظوظ استرجاع مبلغ الاشتراك والمقدر ب 5.000 ون ضئيل جدا، إذ ينبغي اللعب كثيرا لإسترجاعه، هذا ما يوضح أن الإعتماد على معيار القيمة النقدية المتوقعة وحده يعتبر معيار مظلل ويحتوي في طياته على مخاطر كبيرة لذلك ينبغي استخدام معه معايير أخرى حتى يمكن تخفيف عبئ هذه المخاطر.

2/ كيفية استخدام كل من معيار القيمة النقدية المتوقعة ومعيار التباين:

رأينا في الفصول السابقة أن معيار القيمة النقدية المتوقعة هو متوسط العوائد أو التكاليف بالنسبة لكل بديل و الذي لايأخذ تشتت المعطيات بالنسبة للمتوسط بعين الإعتبار مما قد يوقع المؤسسة في حل بعيد عن هذا المتوسط إذا كانت نقاط متطرفة في عينة العوائد أو التكاليف المستخدمة في حساب هذا المعدل، أي أننا لم نعر اهتمام لتباين المعطيات مقارنة بالمتوسط.

فإذا أراد صاحب القرار أن يتفادى الوقوع في مخاطرة كبيرة بإمكانه الاستعانة بمعيار آخر يسمح بقياس تلك المخاطرة، و والمتمتل في معيار التباين.

حينئذ سيتم البحث عن البديل الأمثل في ظل معيار جديد يعرف بمعيار المتوسط والتباين، الذي يأخذ بعين الاعتبار المعيارين في آن واحد، حيث نقوم بحساب القيمة النقدية المتوقعة والتباين لكل بديل وفق العلاقات التالية:

- $\mathrm{EMG}(\mathrm{a_i}) = \sum_{j=1}^{m} \mathrm{r_{ij}} * P\left(E_j\right)$.
- $\mathrm{VAR}(\mathrm{a_i}) = \sum_{j=1}^{m} P\,(E_j) * \left(r_{ij} - EMG(\mathrm{a_i})\right)^2$
- $\delta(\mathrm{a_i}) = \sqrt{\mathrm{VAR}(\mathrm{a_i})}$

بعد حساب كل من القيمة النقدية المتوقعة و التباين (نستخدم في أغلب الأحيان الانحراف المعياري) نقوم بتلخيص القيم المتحصل عليها في الجدول كمايلي:

	$EMG(a_i)$	$\boldsymbol{\delta(a_i)}$
$\mathbf{a_1}$	$EMG(a_1)$	$\delta(a_1)$
$\mathbf{a_2}$	$EMG(a_2)$	$\delta(a_2)$
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
$\mathbf{a_n}$	$EMG(a_n)$	$\delta(a_n)$

ويتم اختيار البديل الأمثل الذي يعظم قيمة القيمة النقدية المتوقعة $\boldsymbol{Max(EMG(a_i))}$ و يقلل قيمة الانحراف المعياري $\boldsymbol{Min(\delta(a_i))}$ في آن واحد، لكن هذا البديل غير موجود أو غير متاح في أرض الواقع ، لأن هناك مبدأ في المالية: "أن أي بديل يكون له عائد متوسط كبير يحمل في طياته مخاطرة كبيرة"، للإجابة على هذه الإشكالية ينبغي الاستعانة ببعض المفاهيم المستخدمة في طرق متعددة المعايير أي أننا نحاول البحث عن حل توافقي يأخذ بعين الإعتبار المعيارين في آن واحد. ويمكن توضيح مختلف هذه المعايير من خلال الجدول التالي:

	f_1	f_2	… …	f_n
$\mathbf{a_1}$	$f_1(a_1)$	$f_2(a_1)$	… …	$f_n(a_1)$
$\mathbf{a_2}$	$f_1(a_2)$	$f_2(a_2)$	… …	$f_n(a_2)$
⋮	⋮	⋮		⋮
$\mathbf{a_n}$	$f_1(a_n)$	$f_2(a_n)$	… …	$f_n(a_n)$

لحل هذا المشكل ينبغي الاستعانة ببعض المفاهيم المتعلقة بالطرق متعددة المعايير والتي سيتم الفصل فيها في النقطة الموالية.

3/ مفاهيم السيادة، الفعالية و المثالية:

تعريف مفهوم السيادة:

نقول أن البديل a يسود (Domine) البديل b لما يتحقق الشرطين التاليين:

$$1.\ f_j(\mathbf{a}) \geq f_j(\mathbf{b}) \qquad \mathbf{j} = \mathbf{1} \ldots . \boldsymbol{n}$$

$$2.\ \exists \mathbf{k}\ /\ f_j(\mathbf{a}) > f_j(\mathbf{b})$$

هذا في حالة لما يكون المعيار للتعظيم، أما إن كان المعيار للتقليل فيكون الشرطين كما يلي:

$$1.\ f_j(\mathbf{a}) \leq f_j(\mathbf{b}) \qquad \mathbf{j} = \mathbf{1} \ldots . \boldsymbol{n}$$

$$2.\ \exists \mathbf{k}\ /\ f_j(\mathbf{a}) < f_j(\mathbf{b})$$

ونرمز لسيادة البديل a على البديل b:

$$\mathbf{a}\boldsymbol{D}\boldsymbol{b}$$

ونرمز لعدم سيادة البديل a على البديل b:

$$\mathbf{a}\bar{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{b}$$

مثال:

ليكن لدينا الجدول التالي، الذي يوضح قيم البديلين **a** و $\boldsymbol{b}$ وفق 4 معايير كما يلي:

	Max	Min	Min	Max
	f_1	f_2	f_3	f_4
a	20	16	12	18
b	20	18	13	18

من القيم الموضحة في الجدول نلاحظ:

- البديل a يسود (Domine) البديل b : $\boldsymbol{aDb}$
- البديل b لا يسود البديل a : $\boldsymbol{b\overline{D}a}$

تعريف مفهوم الفعالية:

نسمي بديل فعال كل بديل غير مسيطر عليه من طرف بديل آخر (أي أنه لا يوجد بديل يسود عليه) .

تعريف مفهوم المثالية:

نسمي بديل مثالي Ideal كل بديل :

- يعظم f_j حيث f للتعظيم.
- يقلل f_j حيث f لتقليل

مثال:ليكن لدينا معطيات المثال السابق:

	Max	Min	Min	Max
	f_1	f_2	f_3	f_4
a	20	16	12	18
b	20	18	13	18

البديل المثالي ونرمز له $\boldsymbol{Z}$ هو $\mathbf{(20; 16; 12; 18)}$

طريقة الاختيار لما يكون لدينا عدة معايير هو إختيار البديل الأقرب من البديل المثالي أي اختيار الذي تكون لديه أقل قيمة $d(a_i;Z)$ ،هذا الأخير يمثل المسافة بين البديل المختار والبديل المثالي، ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية عند استخدام كل من معيار القيمة النقدية المتوقعة ومعيار الانحراف المعياري:

$$d^2(a_i;Z) = [EMG(a_i) - EMG(Z)]^2 + [\delta(a_i) - \delta(Z)]^2$$

وبصفة عامة يمكن حساب $d(a_i;Z)$ من خلال العلاقة التالية:

$$d^2(a_i;Z) = \sum_{j=1}^{m}\left[f_j(a_i) - f_j(Z)\right]^2 .$$

4/ تمرين محلول:

لتكن مصفوفة القرار التالية (مصفوفة عوائد):

البدائل	E1	E2
a1	8	6-
a2	0	2
a3	- 2	4
a4	- 10	10
a5	- 4	8
$P(E_j)$	0,5	0,5

المطلوب:

1- أحسب ، $EMG(a_i)$ ، $VAR(a_i)$ ، $\delta(a_i)$؟

2- قدم جدول التقييم؟

3- أرسم بيان السيطرة للبدائل؟

4- أوجد البدائل الفعالة والبديل المثالي؟

5- ايجاد البديل الأمثل وفق معيار القيمة النقدية المتوقعة والتباين؟.

حل التمرين :

1- حساب ، $EMG(a_i)$ ، $VAR(a_i)$ ، $\delta(a_i)$

حساب القيمة النقدية المتوقعة لكل بديل:

- $EMG(a_1) = 0,5 * (8) + 0,5 * (-6) = 1$
- $EMG(a_2) = 0,5 * (0) + 0,5 * (2) = 1$
- $EMG(a_3) = 0,5 * (-2) + 0,5 * (4) = 1$
- $EMG(a_4) = 0,5 * (-10) + 0,5 * (10) = 0$
- $EMG(a_5) = 0,5 * (-4) + 0,5 * (8) = 2$

حساب التباين لكل بديل:

- $VAR(a_1) = 0,5 * (8-1)^2 + 0,5 * (-6-1)^2 = 49$
- $VAR(a_2) = 0,5 * (0-1)^2 + 0,5 * (2-1)^2 = 1$
- $VAR(a_3) = 0,5 * (-2-1)^2 + 0,5 * (4-1)^2 = 9$
- $VAR(a_4) = 0,5 * (-10-0)^2 + 0,5 * (10-0)^2 = 100$
- $VAR(a_5) = 0,5 * (-4-2)^2 + 0,5 * (8-2)^2 = 36$

حساب الإنحراف المعياري لكل بديل:

- $\delta(a_1) = \sqrt{49} = 7$
- $\delta(a_2) = \sqrt{1} = 1$
- $\delta(a_3) = \sqrt{9} = 3$

- $\delta(a_4) = \sqrt{100} = 10$
- $\delta(a_5) = \sqrt{36} = 6$

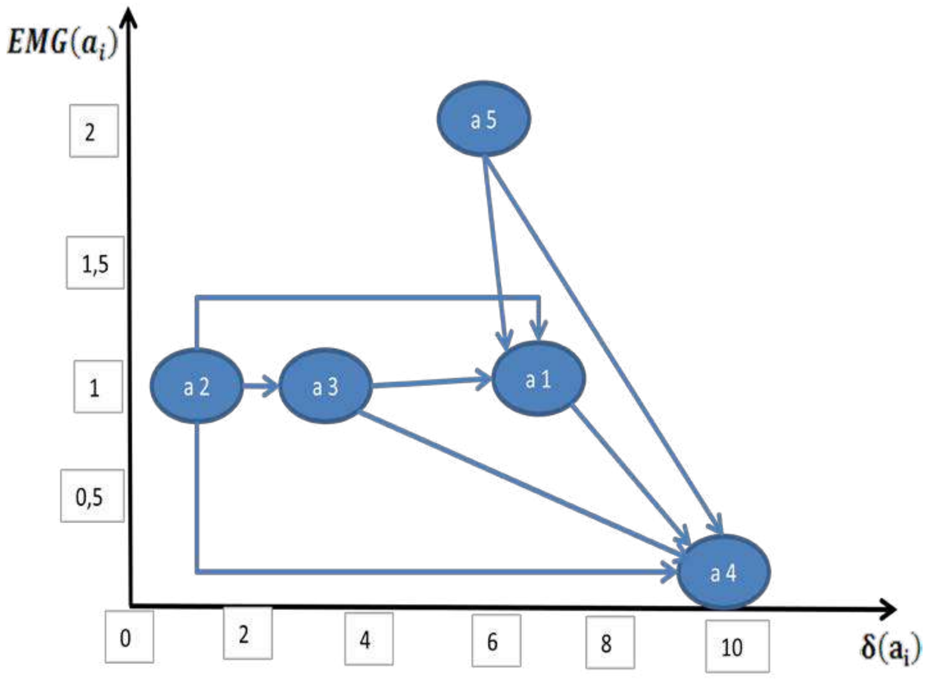
2– جدول التقييم

البدائل	$EMG(a_i)$	$\delta(a_i)$
a1	1	7
a2	1	1
a3	1	3
a4	0	10
a5	2	6

3– بيان السيطرة للبدائل

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$a_1\bar{D}a_2$	a_2Da_1	a_3Da_1	$a_4\bar{D}a_1$	a_5Da_1
$a_1\bar{D}a_3$	a_2Da_3	$a_3\bar{D}a_2$	$a_4\bar{D}a_2$	$a_5\bar{D}a_2$
a_1Da_4	a_2Da_4	a_3Da_4	$a_4\bar{D}a_3$	$a_5\bar{D}a_3$
$a_1\bar{D}a_5$	$a_2\bar{D}a_5$	$a_3\bar{D}a_5$	$a_4\bar{D}a_5$	a_5Da_4

الشكل رقم 04: بيان السيطرة بين مختلف البدائل

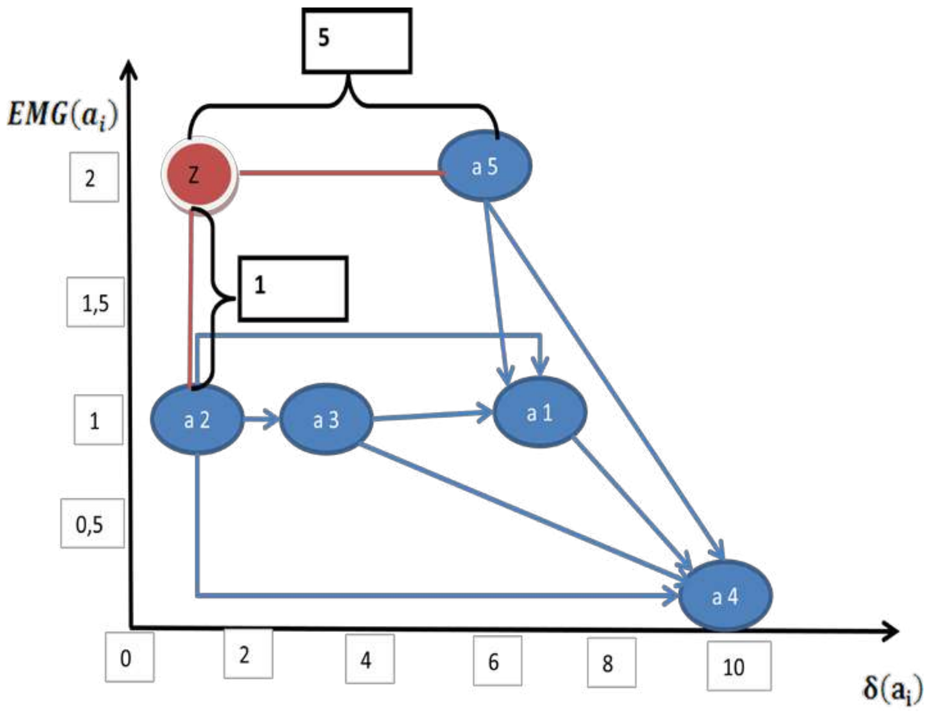


4–أوجد البدائل الفعالة والبديل المثالي

من خلال بيان السيطرة نلاحظ أن البدائل الفعالة هي كل من البديل رقم 2 "a_2" والبديل رقم 5 "a_5"، حيث نلاحظ من البيان أن هذين البديلين لم يتم السيطرة عليهما من أي بديل في العينة عكس البدائل الأخرى.

البديل المثالي Z هو $(1;2)$ أي أن القيمة المتوقعة النقدية هي 2 وقيمة الانحراف المعياري هي 1 كما هو مبين في بيان السيطرة التالي:

الشكل رقم 04: يوضح المسافة بين البديل المثالي والبديل الفعال



5–ايجاد البديل الأمثل وفق معيار القيمة النقدية المتوقعة والتباين:

من خلال الشكل السابق يتضح جليا أن البديل الأمثل هو "a_2" كونه أقرب بديل إلى البديل المثالي Z مقارنة بالبديل الفعال الثاني "a_5" ، ويمكن تأكيد هذه النتيجة

من خلال حساب $d^2(a_i;Z)$ لكل بديل واختيار البديل الأقل مسافة مقارنة مع البديل المثالي، وهذا كما يلي:

$$d^2(a_i;Z) = [EMG(a_i) - EMG(Z)]^2 + [\delta(a_i) - \delta(Z)]^2$$

- $d^2(a_1;Z) = [1-2]^2 + [7-1]^2 = 37$
- $d^2(a_2;Z) = [1-2]^2 + [1-1]^2 = 1$
- $d^2(a_3;Z) = [1-2]^2 + [3-1]^2 = 5$
- $d^2(a_4;Z) = [0-2]^2 + [10-1]^2 = 85$
- $d^2(a_5;Z) = [2-2]^2 + [6-1]^2 = 25$

البديل الأمثل هو الذي يقلل قيمة $d^2(a_i;Z)$

$$\mathrm{Min}(d^2(a_i;Z)) = Min(37;1;5;85;25) = \{1\}$$

منه البديل الأمثل هو a_2^*

الخاتمة:

يعتبر اتخاذ القرار في أي مؤسسة من القرارات الاستراتيجية، ينبغي على المسير اعطاءها أهمية كبيرة حتى لا تقع المؤسسة في مشاكل اتخاذ القرارات السيئة التي يمكن أن لاتسمح بديمومتها في السوق، وتتعقد هذه القرارات كلما كانت المعلومات حول بيئة القرار غامضة، أي صعوبة وجود معلومات كافية حول تغيرات السوق، وهو ما يعرف عند الباحثين في المالية و علوم التسيير بظروف عدم التأكد، لكن عندما تكون هناك بعض المعلومات التي تسمح لمتخذ القرار بحساب احتمالات امكانية وقوع حالات الطبيعة الممكنة، هنا يكون القرار أقل مخاطرة مقارنة بظروف عدم التأكد وفي هذه الحالة نكون أما قرار في حالة مخاطرة.

لذلك حاولنا من خلال هذه المطبوعة تقديم أهم الطرق المستخدمة لاتخاذ القرار سواءا في حالة عدم التأكد أو المخاطرة، من خلال تحليل نظري وتطبيقات وتمارين محلولة، ولم نتطرق في هذا العمل إلى اتخاذ القرار من منظور نظرية الألعاب أو في حالة تعدد المعايير بل تم الاشارة إلى هذه النقطة الأخيرة بايجاز في هذا العمل، وسيتم تفصيل هذان المحورين في مطبوعة بيداغوجية قادمة.

قائمة المراجع:

1. حسين الطيف السمرائي، الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات الإدارية، العراق، 1989.
2. حسين بلعجوز، نظرية القرار مدخل إداري وكمي، الاسكندرية، 2008.
3. كاسر نصر منصور، الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات الإدارية، الطبعة الأولى، دار حامد للنشر والتوزيع، الأردن، 2006.
4. ناديا أيوب . نظرية القرارات الإدارية . طبعة الثالثة . منشورات جامعة . دمشق،1997 .
5. Decision Theory, Publications of the Syrian Virtual University , Syrian Arab Republic ISSN: 2617-989X, 2018
6. Phillippe VINCKE, l’aide Multicritère à la décision, Ellipses, France, 1989.
7. Robert Kast, La théorie de la décision, edition la découverte,2002.
8. Serge Bellut, les processus de la prise de la décision, France 2002.
9. Simon, Herbert A. The new science of management decision, Harper & Brothers. 1960.
10. Haward RAIFFA, Analyse de la décision, Edition Economica, Paris, 1989.
11. Béranger S., et al., Utilisation des Outils d’side à la Décision dans la Gestion des Mégasites, BRGM, France, 2006.
12. Boutaleb Kouider, Théorie de la décision – éléments de cours. Edition office des publications universitaires, 2006.
13. Bernard ESPINASSE, Eléments de théorie de la décision, 2009.