وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة لونيسي علي – البليدة 02 –

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

– الشهيد طالب عبد الرحمان –

قسم علوم التسيير

محاضرات في مقياس الإحصاء 1

(مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك ليسانس)

د. القينعي عبدالحق

السنة الجامعية: 2021/2020

1. مقدمة

لم تعد البحوث الاقتصادية والاجتماعية والتجارية والإدارية والطبية والزراعية وغيرها في وقتنا المعاصر، تكتفي بمجرد عرض المشاكل و دراسة الظواهر وتحديد الأسباب واستخلاص النتائج واتخاذ القرارات بطريقة سطحية مجردة عن أسلوب الإقناع والتقدير والقياس، فلقد أصبح الاتجاه العام في مثل هذه البحوث والدراسات في ظل التقدم والتطور التكنولوجي الكبير والسريع في الحاسبات الآلية والبرمجيات واستخداماتها إلى تطور التطبيقات الإحصائية نظرا للمزايا العديدة التي أتاحها الحاسب الآلي في علم الإحصاء، هو استخدام الأساليب الكمية التي تساهم بشكل فعال تحليل وتقييم البدائل، بما يساعد المدراء والمختصين في اتخاذ القرارات السليمة والصائبة.

فالإحصاء يعد أحد الأساليب الكمية التي شائع استخدامها في مختلف العلوم والمجالات، وأصبح دراسة الإحصاء ضرورة لكل الطلبة وفي كل التخصصات العلمية والتقنية والإنسانية والاجتماعية والاقتصادية والإعلامية وغيرها من التخصصات، فقد يحتاج إليها الطالب خلال مساره الدراسي، أي يعتمد عليها في انجاز البحوث والدراسة ومذكرات والأطروحات نهاية الدراسة، كما قد تكون الزاد الذي يدخل به معترك الحياة العملية في عمله اليومي.

وقد جاءت المادة العلمية لهذه المطبوعة في خمسة فصول هي على النحو الآتي: تناولنا في الفصل الأول المفاهيم الأساسية في الإحصاء من خلال تعريف علم الإحصاء وأهميته و وظائفه، بالإضافة إلى التطرق لبعض المصطلحات الإحصائية وأنواع المتغيرات الإحصائية ومصادر و طرق وأساليب جمع البيانات الإحصائية وأنواع العينات، أما في الفصل الثاني فقد تم التطرق إلى أسس تصنيف البيانات و طرق العرض الجدولي والتمثيل البياني لها سواء كانت البيانات وصفية أو كمية منفصلة أو مستمرة.

وفي الفصل الثالث فقد تم التطرق إلى مقاييس النزعة المركزية: المتوسطات الحسابية والوسط الهندسي والتوافقي والتربيعي، كما تطرقنا إلى الوسيط والمنوال والربيعيات والعشيريات والمئينيات، أما في الفصل الرابع الذي خصصناه إلى مقاييس التشتت وهي المدى العام والربيعي ونصف المدى الربيعي، بالإضافة إلى كل من الانحراف المتوسط والمعياري والتباين، ومعامل الاختلاف ومعامل الانحراف المعياري، أما في الفصل الخامس والأخير الذي جاء تحت عنوان مقاييس الأشكال وهي العزوم والالتواء والتفرطح.

وقصد تبسيط والإلمام بمبادئ وأدوات هذه المادة العلمية والتي تُعد مقياس مشترك لدى الطلبة السنة الأولى جذع مشترك لـ.م.د تم التطرق إلى كل المحاور والتي تتوافق مع البرنامج (المقرر) الرسمي لهذا المقياس، وراعينا عند تأليف هذه المطبوعة إعطاء أمثلة تطبيقية وتزويد كل محور بمجموعة من التمارين والمسائل مع إعطاء الحلول إلى البعض منها بطريقة سهلة و واضحة أملاً أن يساهم هذا العمل في الاستعاب الجيد للطلبة.

و في الأخير نأمل أن ينال هذا الجهد رضا زملائنا الأساتذة وأن لا يبخلوا علينا بملاحظاتهم واقتراحاتهم القيمة في أي جزء من هذا العمل، وما التوفيق إلا من عند الله العلي العظيم.

الــفـــهـــرس

الفصل الأول: المفاهيم الأساسية في الإحصاء

1- تمهيد
2- تعريف علم الإحصاء
3- أهمية دراسة الإحصاء
4- وظائف علم الإحصاء
5- مفاهيم بعض المصطلحات الإحصائية
6- أنواع المتغيرات الإحصائية
7- مصادر جمع البيانات الإحصائية
8- طرق جمع البيانات الاحصائية
9- أساليب جمع البيانات الإحصائية
10- أنواع العينات

1. تمهيد

يعد علم الإحصاء ($Statistics$) أحد أقدم العلوم الطبيعية، حيث يذهب المؤرخون الأحصائيون إلى أن الإنسان قد لجأ إلى جمع البيانات الإحصائية وأستخدام الإحصائيات منذ أقدم العصور، حيث كان يشار إليه على أنه علم العد و الحصر ويقصد به حصر المجتمع المراد دراسته، فقد حرص الصينيون القدماء والفراعنة والمصريون والبابليون وأشيريون وغيرهم من الحضارات على الاحتفاظ بسجلات إحصاء عدد السكان وممتلكاتهم، وذلك تقدير حجم المحاصيل الزراعية لتسعيرها وفرض ضرائب عليها، بالإضافة إلى مظاهر حساب الجند وعد الحيوانات وعد الأراضي الزراعية...الخ.

وقد ورد ذكر كلمة الإحصاء في القرآن الكريم عدة مرات نذكر منها:

يقول سبحانه وتعالى ﴿ لَّقَدْ أَحْصَاهُمْ وَعَدَّهُمْ عَدّاً ﴾ سورة مريم، الآية 94.

يقول سبحانه وتعالى ﴿ وَأَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَأَحْصَىٰ كُلَّ شَيْءٍ عَدَداً ﴾ سورة الجن، الآية 28.

يقول سبحانه وتعالى ﴿ وَإِن تَعُدُّواْ نِعْمَةَ ٱللَّهِ لاَ تُحْصُوهَآ إِنَّ ٱللَّهَ لَغَفُورٌ رَّحِيمٌ ﴾ سورة النحل، الآية 18.

يقول سبحانه وتعالى ﴿وَوُضِعَ ٱلْكِتَابُ فَتَرَى ٱلْمُجْرِمِينَ مُشْفِقِينَ مِمَّا فِيهِ وَيَقُولُونَ يٰوَيْلَتَنَا مَا لِهَٰذَا ٱلْكِتَابِ لاَ يُغَادِرُ صَغِيرَةً وَلاَ كَبِيرَةً إِلاَّ أَحْصَاهَا وَوَجَدُواْ مَا عَمِلُواْ حَاضِراً وَلاَ يَظْلِمُ رَبُّكَ أَحَداً﴾ سورة الكهف، الآية 49 صدق الله العظيم، جاءت كلمة الاحصاء بعدة معاني.

إن التطور الذي لحق بعلوم الرياضية خلال القرن الثامن عشر أدى إلى تطور مماثل في علم الإحصاء، حيث ظهر خلال القرن الثامن عشر والتاسع عشر عدة علماء الذين أهتموا بتطوير نظريات الإحصاء، وفي مقدمتهم دانيال برنوللي وجاوس وبواسون ولابلاس وفيشر، والإنجليزي كارل بيرسون وغيرهم من العلماء، وخلال القرن العشرين تطور الإحصاء بشكل كبير وأصبح إستخدامه في جل مجالات الحياة في الصناعة والاقتصاد والزراعة والسياسة والطب...الخ، وزاد تطوراً أكثر مع ظهور الحاسبات الإلكترونية والبرامج الإحصائية الجاهزة.

إن إستخدام الإحصاء في البداية كان مقتصراً على الأعمال الخاصة بشؤون الدولة كما يدل ذلك من الأصل اللغوي لكلمة الإحصاء كعلم، وهو بالإنجليزية ($Statistics$) وإن هذه الكلمة مشتقة من الكلمة الإيطالية ستاتيستا ($Statista$) أو من الكلمة اللاتينية ستاتيوس ($Status$) أو من الكلمة الألمانية ستاتيستك ($Statistik$) وجميعها تعني بأنها مجموعة الحقائق والمعلومات عن الدولة ($Political\ State$)[1] وعليه سوف نحاول في هذا الحور التطرق إلى تعريف الإحصاء وإلى أهمية الإحصاء ومجالاته و وظائف علم الإحصاء ثم سوف نسرد بعض أهم تعريفات المصطلحات الإحصائية.

[1] - حسن ياسين طعمة و إيمان حسين حنوش، **طرق الإحصاء الوصفي**، دار صفاء للنشر والتوزيع، الأردن، 2009، ص 21.

2. تعريف علم الإحصاء

تنوعت وتعددة التعاريف لعلم الإحصاء في مختلف الحقبات التاريخية وقد ساهمت الاستخدامات المختلفة له في تحديد تعاريفه، ومن المفاهيم الشائعة بين الناس عن الإحصاء: ما هي إلا أرقام وبيانات رقمية، كأعداد السكان وأعداد المواليد والوفيات...الخ، ومن ثم ارتبط مفهوم الناس بالاحصاء بأنه العد وحصر الأشياء والتعبير عنها بالأرقام.

إن كلمة الإحصاء $(Statistics)$ فإنها تشير إلى علم $(Scienc)$ أو مجال دراسة أو جسم من المعرفة، وفي جميع الحالات فإنه يمكن تعريف الإحصاء بهذا المعنى، بأنه جمع $(Collection)$ وتنظيم $(Organization)$ وتقديم $(Presentation)$ وتحليل $(Analysis)$ وتفسير البيانات.

ويعرف علم الإحصاء بأنه فرع من فروع علم الرياضيات التطبيقية والذي يختص باستحداث وتطبيق أكثر الطرق فاعلية في جمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها واستقراء النتائج واتخاذ القرارات بناء عليها.[1]

وفي تعريف أخر للإحصاء هو "العلم الذي يتعامل مع البيانات جمعاً وعرضاً وتحليلاً كلياً أو جزئياً للتوصل إلى استنتاجات وأحكام وتوصيات نافعة تخص مجتمع هذه البيانات".[2]

ويعرف كذلك الإحصاء بأنه "العلم الذي يدرس كيفية جمع المعلومات من المجتمعات الإحصائية المختلفة سواء بالعد الشامل أو بالمعاينة وكيفية تحويل هذه المعلومات إلى بيانات رقمية في جداول إحصائية، بالإضافة إلى الأساليب المختلفة التي يمكن استخدامها لتحليل هذه البيانات تحليلا رياضيا لاستنتاج المقاييس المختلفة مثل المتوسط والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف وغيرها من المؤشرات، ثم إجراء الاختبارات المختلفة على المقاييس والمعاملات المستنتجة من عينات للحكم على معنوياتها وتقدير معالمها، وأخيرا تفسير النتائج باستخدام هذه الأساليب في التحليل وثم توضيحها في تقرير نهائي".[3]

ويعرف الإحصاء على أنه فن وعلم تصميم الدراسات وتحليل البيانات التي تنتجها تلك الدراسات، هدفها النهائي هو ترجمة البيانات إلى معرفة وفهم للعالم من حولنا، بإختصار فالإحصاء هو فن وعلم التعلم من البيانات.[4]

وحسب هذه التعاريف فإن علم الإحصاء هو الذي يبحث في:

---

1 - محمد محمد جبر المغربي، **الاحصاء الوصفي**، ط 1، المكتبة المصرية للنشر والتوزيع، مصر، 2014، ص 6.

2 - سليم ذياب السعدي، **مبادئ علم الإحصاء**، ط 1، دار أويا للنشر والتوزيع، ليبيا، 2001، ص 8.

3 - أمجد إبراهيم الشحادة و علي ابراهيم سعد و محمد رياض علي، **الإحصاء والإحتمالات في التطبيقات الهندسية**، دار الفجر للنشر والتوزيع، القاهرة، 2005، ص 14.

4- Alan Agresti & Christine Franklin, **Statistics The Art and Science of Learning from Data**, Third Edition, Pearson Education, Inc, Boston , USA, 2013, p 4.

– طرق جمع البيانات عن الظواهر المراد دراستها، ثم تنظيم وتصنيف وتلخيص هذه البيانات في صورة مبسطة يسهل معها فهمها وقراءتها واستخدامها؛

– عرض وتقديم هذه البيانات بأشكال هندسية أو رسومات بيانية؛

– وصف هذه البيانات ثم تحليلها واستخراج النتائج منها، واتخاذ القرارات الصائبة؛

– دراسة علاقة الظاهرة بباقي الظواهر الأخرى واختبار الفروض وتقدير قيمة الظاهرة في المستقبل.

ومما سبق يمكن تقسيم الإحصاء إلى قسمين هما:

الإحصاء الوصفي: هو أحد فرعي علم الإحصاء ويهدف إلى وصف ظاهرة معينة وتحليلها، وذلك بغية الوصول إلى نتائج، وتقتصر غاية هذا الإحصاء فقط على جمع البيانات وتبويبها وعرضها بيانياً أو جدولتها ثم وصف تغيرها،[1] وقد يصاحب هذا استخراج بعض المؤشرات الإحصائية المتوسطات أو النسب ومعاملات التي تفسر وتشرح تلك الظاهرة.

الإحصاء الاستدلالي: أما النوع الثاني من الإحصاء فهو الاحصاء الاستنتاجي، وهو ذلك الجزء من الإحصاء الذي يعنى بتحليل البيانات للتوصل إلى التنبؤ أو الاستقراء واتخاذ القرارات.[2]

3. أهمية دراسة الإحصاء

تكمن أهمية علم الإحصاء في كونه وسيلة لا غاية، وتنطوي أهميته في الحياة العملية على ما يلي:[3]

– المساعدة في تلخيص البيانات الإحصائية واستخلاص النافع منها؛

– المساعدة في اكتشاف نماذج في البيانات؛

– المساعدة في تخطيط وتصميم التجارب وعمل المسح الإحصائي؛

– يساعد في اختيار أسلوب معينة في البحث ويساعد على التفاهم بين العلماء؛

– يساعد على كيفية استخدام نتائج البحث الإحصائي إذ تستخدم النتائج في النواحي التالية:

أ – التنبؤ أو استخدام النتائج في تقدير رقمي لبيان غير معروف بالتحديد وقد يكون هذا لفترات زمنية مستقبلية أو ماضية؛

ب– اتخاذ قرار محدد اتجاه المشكلة واتخاذ القرار ما هو إلا عملية اختيار البديل المناسب من عدة بدائل؛

---

[1] – مطانيوس مخول، **محاضرات في الإحصاء**، قسم الاحصاء التطبيقي، كلية الإقتصاد، جامعة دمشق، بدون سنة، ص 4.

[2] – محمد صبحي أبوصالح و عدنان محمد عوض، **مقدمة في الإحصاء مبادئ وتحليل باستخدام spss**، ط 2، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2005، ص 8.

[3] – محمد حسين رشيد و منى عطا الله الشويلات، **مبادئ الإحصاء والاحتمالات ومعالجتها باستخدام برنامج spss**، ط 1، دار صفاء للنشر والتوزيع، الأردن، 2012، ص 19.

ج- التحقق: التثبت من صحة أو عدم صحة فرضية ما من خلال جمع حقائق جديدة ليتحقق من مدى صحة تنبؤه السابق؛

د- الرقابة: على مدى الجودة في الصناعة بالإضافة إلى الرقابة الكمية فيها.

4. وظائف علم الإحصاء: إن أهم وظائف علم الإحصاء يمكن تلخيصها في الأتي:[1]

- التعبير عن الحقائق بصورة عددية واضحة ودقيقة بدلاً من عرضها، والتعبير عنها بطريقة إنشائية؛
- تبسيط البيانات الإحصائية بعرضها في جداول أو رسومات بيانية، وذلك لتسهيل فهمها وتحليلها؛
- يسهل عملية المقارنة بين الظواهر المختلفة؛
- يساعد في صياغة واختبار الفرضيات؛
- يساعد في عملية التنبؤ البيانات المستقبلية؛
- استخلاص النتائج واتخاذ القرارات المناسبة بدرجة عالية من الدقة؛
- يساعد في صياغة السياسة المناسبة.

5. مفاهيم بعض المصطلحات الإحصائية

المجتمع الإحصائي ($population$): هو مجموعة العناصر أو الأفراد التي ينصب عليها الاهتمام في دراسة معينة أو هو مجموعة المشاهدات و القياسات الخاصة بمجموعة من الوحدات الإحصائية والتي تخص ظاهرة من الظواهر القابلة للقياس،[2] مثل مجتمع من المرضى؛ مجتمع من الشباب؛ مجتمع من الناخبين...الخ. ويسمى عدد أفراد المجتمع بحجم المجتمع ويرمز له عادة بالرمز N والمجتمع إما أن يكون محدوداً أو غير محدود:

أ. المجتمع المنتهي (المحدود): وهو المجتمع الذي يمكن حصر عدد مفرداته كما هو الحال في أطوال الطلبة مثلاً؛ عدد أفراد سكان الجزائر؛ عدد السيارات في الحظيرة الوطنية؛ عدد الأحزاب السياسية في الجزائر...الخ.

ب. المجتمع غير منتهي (غير محدود): وهو المجتمع الذي يصعب أو يستحيل حصر عدد مفرداته، مثل عدد النجوم؛ عدد الخلايا في جسم الإنسان...الخ.

العينة: هي جزء أو شريحة من المجتمع تتضمن خصائص المجتمع الأصلي الذي نرغب في التعرف على خصائصه ويجب أن تكون تلك العينة ممثلة لجميع مفردات هذا المجتمع تمثيلاً صحيحاً.[3] وتعرف العينة على أنها المجتمع

---

[1] – علي أحمد السقاف، **الإحصاء الوصفي والاستدلالي**، إصدارات المركز الديمقراطي العربي للدراسات الاستراتيجية والسياسية والاقتصادية، برلين –ألمانيا، 2020، ص 18.

[2] – ساعد بن فرحات و عبدالحميد قطوش، **مطبوعة تحت عنوان الإحصاء 1**، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة سطيف 1، السنة الجامعية 2014/2013، ص 6.

[3] – مهدي محمد القصاص، **مبادئ الإحصاء والقياس الاجتماعي**، بدون دار النشر ، كلية الأداب، جامعة المنصورة، مصر، 2007، ص 78.

إحصائي صغير يتمثل بعدد قليل من الوحدات توخذ من المجتمع الإحصائي الأصلي وفق قواعد النظرية الإحصائية بحيث تبرز فيها جميع ملامح المجتمع الإحصائي الكبير.[1]

إذا كان المجتمع الإحصائي مكون من 200 طالب بالسنة الثانية تخصص تسويق جامعة البليدة 2 فإن حجم العينة قد يكون 40 طالب، بحيث أن دراسة كل مفردات المجتمع قد تكون صعبة أو نحتاج إلى الوقت والجهد والمال الكافي لإجراء المسح على كافة عناصر المجتمع، لذا نضطر لإختيار عدد معين من مفراد المجتمع هذا ما يطلق عليه حجم العينة، والتي لها عدة أنواع وطرق لإختيارها ويرمز عادة لحجم العينة بالرمز n.

الوحدة الإحصائية: تعد الوحدة الإحصائية أبرز عقبة تواجه الباحث عند قيامه بأي دراسة ما، لذا لا بد من تعريف وتحديد الوحدة الإحصائية بدقة تامة، وعليه يمكن تعريف الوحدة الإحصائية "بأنها مجموعة من الأشياء أو الظواهر المتجانسة فيما بينها فيما يتعلق بصفة أو بصفات معينة يجب توافرها في كل مفردة حتى يمكن اعتبارها وحدة إحصائية، أو هي أصغر جزء مستقل تجري عليه الدراسة الإحصائية وهي ثابتة ومستقرة وتشترك بصفة أو أكثر"[2] ويمكن تصنيف الوحدات الإحصائية إلى نوعين هما:[3]

الوحدات الإحصائية البسيطة: وهي تلك الوحدات التي تشمل على خاصية واحدة للموضوع الذي تصفه، والتي يمكن أن تستعمل للجمع والتحليل والعرض الإحصائي، وهي بدورها على أنواع:

– **وحدات العد**: وهي تطبق على الأشياء التي ليس لها وحداة القياس فيزيائية أو رياضية، وهي تشمل تعداد جميع الأشياء المادية والنوعية أو صفاتها مثل: أستاذ، طبيب، سيارة، منزل، مؤسسة، جامعة، مكتبة...الخ؛

– **وحدات القياس**: وهي تشمل الأشياء المادية التي لا يمكن عدها، وهذا لوجود المقاييس و الأوزان لها مثل (الطن، المتر، الميل، ...الخ)؛

– **وحدات النقد**: وهي نوع من أنواع وحدات القياس كون النقد مقياساً للقيمة، ولها خاصية عدم الثبات نظرا لتقلبات مستوى الأسعار والقوة الشرائية لها، لذا تعتبر أية مقارنة بالوحدات النقدية في أوقات مختلفة مقارنة مضللة بسبب مرونة قيمتها.

الوحدات الإحصائية المركبة: وهي الوحدات التي تتألف على الأقل من وحدتين إحصائيتين بسيطتين، مثل سرعة السيارة (كم/سا)، الكثافة السكانية (شخص/كم^2)...الخ.

المتغيرة الإحصائية: فالمتغيرة $(Variable)$ هي السمة أو الخاصية التي يتصف بها أفراد العينة، والتي قد تأخذ قيماً كمية أو وصفية والتي تختلف من مفردة إلى أخرى، فهي تسمح بالتفريق بين وحدات المجتمع،

[1] – سليم ذياب العسدي، مرجع سابق، ص 12.
[2] - مطانيوس مخول، مرجع سابق، ص 14.
[3] - مطانيوس مخول، مرجع سابق، ص 14.

فبواسطتها يمكن للباحث أن يفرق بين الوحدات الإحصائية، ومن أمثلة المتغيرات نجد: طول الشخص، فصيلة الدم للمريض، المستوى التعليمي، الجنس، الجنسية، دراجات الحرارة، كمية الأمطار المتساقطة....الخ.

6. أنواع المتغيرات: يمكن تصنيف المتغيرات الإحصائية إلى فئتين رئيسيتين على النحو التالي:

1.6– المتغيرة الوصفية (أو النوعية– الكيفية): وهي تلك المتغيرات أو الظواهر التي نعبر عنها بصفات أو تصنيفات، ولا يمكن قياسها عددياً بل نقوم بقياس تكراراتها فقط، أو هي عبارة عن كلمات تدل على انتماء أفراد المجتمع إلى فئات أو أصناف معينة، ومن أمثلتها: الجنس، الجنسية، الحالة العائلية، الرتب العسكرية، تقديرات النجاح، تخصصات الدراسة، الولايات، المناطق الجغرافية، أذواق المستهلكين، اللون،...الخ. وهذه الصفات والسمات النوعية/الوصفية على نوعين وهي: إما إسمية أو ترتيبية.

– المتغيرات الإسمية: وهي التي لا يمكن ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً،[1] أي عدم وجود عنصر المفاضلة في ما بينها، كما أنها في أحيان أخرى تسمى بالبيانات التصنيفية لأنها تصنف المتغيرات على أساس خصائصها، ويعتبر التصنيف أبسط العمليات الأساسية في أي فرع من فروع العلم، فالتصنيف هو تجميع للمفردات أو العناصر أو المعلومات المتشابهة والمتماثلة في خصائصها مع بعضها في مجموعة أو مصنف،[2] مثال على ذلك إذا قمنا بتصنيف مجموعة من الكتب حسب عناوينها إلى كتب في الإحصاء و كتب في المحاسبة و كتب في الرياضيات و كتب في الاقتصاد و كتب في التسويق، كما يمكن تصنيفها على أساس سنة الإصدار أو على أساس البلاد...الخ، ومن أمثلة المتغيرات الإسمية نجد: الجنس، الجنسية، فصيلة الدم، اللون، الحالة المدنية...الخ.

– المتغيرات الترتيبية: وهي التي يمكن ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً،[3] ولكن هذا المقياس يفيد التصنيف و الترتيب، بعبارة أخرى يستخدم هذا المقياس في ترتيب الأفراد أو الأشياء من الأعلى إلى الأسفل أو العكس وذلك وفقا لخصائص معينة يتميز بها المراد ترتيبه، فمثلا دراجات النجاح التي يتحصل عليها الطلبة هي على أساس: ممتاز، جيد جداً، جيد، حسن، مقبول، ضعيف، كما قد تهتم الدولة بترتيب السكان حسب الحالة التعليمية وفقاً: أمي، إبتدائي، متوسط، ثانوي، الليسانس، ماستر، دكتوراه، وهنا حسب هذا المقياس يمكن ترتيب مفردات المجتمع أو العينة قصد إجراء المقارنات والفروقات بين مختلف المستويات، ومن أمثلتها نجد: الرتب العسكرية، تقديرات النجاح، مستوى الخدمة في الفندق (ممتاز، جيد جداً، مقبول، متدني)...الخ. و هذا التدرج هو أفضل من التدرج الإسمي لأنه يسمح بإجراء المفاضلة أي ترتيب العناصر وفق سلم معين.

---

[1]– شفيق العتوم، **طرق الإحصاء – تطبيقات إقتصادية وإدارية باستخدام spss**، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، 2005، ص 36.

[2]– محمد مفيد القوصي، **الإحصاء الوصفي والإستدلالي**، ط 1، مركز الكتاب الأكاديمي، الأردن، 2014، ص 45.

[3] شفيق العتوم، مرجع سابق، ص 36.

2.6– المتغيرات الكمية (العددية): هي تلك المتغيرات التي يمكن التعبير عنها عددياً بأرقام حقيقية و قياسها رقمياً، و هي أكثر المتغيرات انتشارا واستعمالا لأن لغة الإحصاء هي الأرقام، أي أن الصفة الكمية وحداتها يمكن التعبير عنها بأعداد، أو هي تلك المشاهدات أو الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بوسائل القياس المألوفة، مثل الوزن، الطول، السرعة، درجة الحرارة، كمية الأمطار المتساقطة...الخ، ويمكن تقسيم هذه المتغيرات إلى قسمين هما:

المتغيرات الكمية المنفصلة (المتقطعة): المتغير المنفصل هو المتغير الذي لا توجد فيه قيم محتملة بين الوحدات المتجاورة على المقياس،[1] وهي التي لا يقل فيها معدل التغير عن وحدة القياس مثل عدد الطلبة أو عدد السكان، حيث تأخذ هذه الأعداد قيماً عددية صحيحة، أي أن وحدة القياس فيها لا تقبل التجزئة، مثل عدد الطلبة داخل القسم، عدد سكان إحدى البلديات، عدد أفراد الأسرة، عدد السيارات في المحشر، عدد الغرف بالنفدق، عدد الوحدات/القطع المنتجة بالمصنع، عدد الأهداف المسجلة في الدوري الجزائري، عدد اللاعبين في فريق كرة اليد،...الخ.

المتغيرات الكمية المتصلة (المستمرة):المتغير المستمر هو المتغير الذي يمكن نظرياً أن يحتويعلى عدد لا حصر له من القيم بين الوحدات المتجاورةعلى المقياس،[2] وهي تلك المشاهدات والصفات التي تأخذ مدى معين أو مجال معين من القيم،[3] أي هي التي لا تأخذ قيماً ثابتة المنفردة فقط بل في مجال حقيقي، والتي وحدات القياس فيها تقبل التجزئة، مثل الوزن: وحدات القياس في الوزن هي الطن، القنطار، الكيلو غرام، الغرام...الخ، ومن أمثلة المتغيرات الكمية المتصلة نجد: الطول، الوزن، كمية المحصول الزراعي، الكثافة، الحجم، الدخل، الأجر، السعر، الإستثمار، الإنفاق، درجات الحرارة...الخ.

الثابت: هو عكس المتغير وهو ما يأخذ سمة أو قيمة واحدة لا تختلف باختلاف الأفراد، مثل اشتراك البشر في كونهم من كوكب واحد، سؤال موجهة لطلاب الذكور عن نوع الجنس فكلهم ذكور، مثل قوة جذب الأرض، العدد الذري لعنصر معين، ولهذا فإن الإحصاء لا يمكن تطبيقه على الثوابت لأن مجرد معرفة قيمة مفردة واحدة من مفردات المجتمع يمكننا معرفة كل القيم في المجتمع فهي متساوية تماماً.

- [1] - ROBERT R. PAGANO, **Understanding Statistics in the Behavioral Sciences**, Edition 9, Cengage Learning, Australia, 2009, p 35.

[2] - ROBERT R. PAGANO, p 35.

[3] – حسن ياسين طعمة و إيمان حسين حنوش، مرجع سابق، ص 37.

7. مصادر جمع البيانات الإحصائية

تعتبر عملية الحصول وجمع البيانات عن الظاهرة المراد دراستها بالأهمية البالغة لأنها الركن الأساسي في البحث الإحصائي، فالبيانات تمثل المادة الخام للعمل الإحصائي، لأن أول خطوة يفكر فيها الباحث بعد ضبط مشكلته التي يود تفكيك شفرتها ووضع حلول لها، هي الحصول على المعلومات الدقيقة والصحيحة التي تمثل وتصف مجتمع الدراسة، وعليه يمكن تقسيم مصادر جمع البيانات إلى قسمين رئيسيين هما:

1.7. المصادر الأولية (البيانات الأولية): إن المصادر الأولية للبيانات تشمل جميع المؤسسات التي تعمل على جمع البيانات بصورة مباشرة من الأفراد أو الوحدات المتعلقة بها وتقوم بتبويبها وتوثيقها وتهيئتها للاستفادة منها في الأوقات المناسبة،[1] وهذا النوع من البيانات يحتاج أن يقوم الباحث نفسه بجمع مفرداتها، ويتميز هذا النوع بالدقة والثقة في البيانات، لكن ما يعاب عليها يحتاج إلى الجهد والوقت ومكلف جداً.

2.7. المصادر الثانوية (البيانات الثانوية): وتسمى أيضاً المصادر التاريخية، وهي تتضمن البيانات التي تم جمعها في السابق لحاجات عدا الحاجة البحثية المحددة في البحث الحالي،[2] وهي كذلك البيانات المنشورة وغير المنشورة، كالكتب والمجلات والتقارير، ومثل التقارير التي ينشرها المركز الوطني للإحصاء، وكذلك ما يأخذ من سجلات الحالة المدنية عن حالات المواليد والوفيات، والزواج والطلاق...الخ.

حيث يتم الحصول على البيانات بواسطة أشخاص أخرين أو أجهزة، وهيئات رسمية، ومن مزايا هذا النوع من البيانات أنه يوفر الوقت والجهد والمال، إلا أنه لا يتمتع بنفس درجة ثقة البيانات الأولية.

8. طرق جمع البيانات الاحصائية: هنالك عدة طرق لجمع البيانات في الدراسات الإحصائية منها طريقة الاتصال المباشر أو المقابلات الشخصية وطرق الاتصال غير المباشرة كالبريد أو الهاتف.

1.8. طريقة المقابلة الشخصية: وفيها يقوم الباحث أو أشخاص مدربون مؤهلون بإجراء مقابلات شخصية مع أفراد المجتمع أو العينة وجهاً لوجه، وطرح الأسئلة معدة مسبقاً بدقة وتسجيل الإجابات، وهي أفضل طريقة لحفظ البيانات ودرجة الثقة فيها، لكنها بطيئة وتستغرق جهداً وتكلفة عالية؛

2.8. طريقة المكالمة الهاتفية: وهي طريقة تشبه إلى حد ما طريقة المقابلة ولكنها تستعمل الهاتف (وسائل التواصل الاجتماعي) كوسيلة للاتصال بمفردات المجتمع أو العينة، وهي طريقة أسرع وأقل كلفة من طريقة المقابلة؛

[1] – سليم ذياب السعدي، مرجع سابق، ص 21.

[2] – شفيق العتوم، مرجع سابق، ص 22.

3.8. طريقة المراسلة: يقوم الباحث بارسال استمارات البحث إلى أفراد البحث عن طريق البريد مرفقا معها ارشادات تعبئة الاستمارة وأهداف وأهمية البحث، على أن تكون الأسئلة واضحة ومحددة بدقة وسهلة الرد عليها، ومن عيوبها عدم ضمان مشاركة الجميع وعدم الاهتمام بالموضوع وتتميز بالسرعة وانعدام التكاليف؛

4.8. المشاهدة الشخصية (الملاحظة): تعتمد هذه الطريقة في الحصول على البيانات عن طريق قيام الباحث أو مجموعة من الباحثين بمراقبة الظاهرة وملاحظتها، وتستخدم بكثرة في مجالات البحوث الميدانية مثل مراقبة عمليات الانتاج وجودتها وفي المجال الطبي حيث يقوم الطبيب بمراقبة المريض بشكل متكرر ودوري...الخ؛

5.8. استخدام وسائل الاعلام (الصحف والمجلات): يتم طرح أسئلة محددة عبر وسائل الإعلام كالصحف والمجلات الأسبوعية لأنها تصل إلى عدد كبير من أفراد المجتمع مخاطبتهم واستفتاءهم و الوقوف على آراءهم، وهذا من خلال اقتطاع جزء من الجريدة المعدة للاجابة ويجاب عنها من قبل الراغبين في المشاركة وترسل إلى العنوان المحدد، إلا أنها لا تصلح لجميع البحوث؛

6.8. طريقة التسجيل الحيوي (السجلات الرسمية): وهي الطريقة المتبعة لدى الهيئات والمؤسسات الحكومية والجهات المختصة لتوثيق أعمالها، كأن تقوم وزارة الصحة على مستوى المستشفيات بوضع سجلات خاصة بالمواليد والوفيات والأمراض، وهذه السجلات قد نجدها كذلك لدى الإدارات المحلية، وتستخدم هذه الطريقة خاصة في الدراسات الديموغرافية، لأنها تسهل على الباحثين الحصول بسهولة على المعلومات، وقد نجدها لدى مؤسسات وهيئات عدة مثل سجلات حوادث المرور؛ سجلات حالة حرق الغابات؛ سجلات التعداد السكاني؛ سجلات الأحوال المدنية...الخ؛

7.8. جمع البيانات عن طريق التجارب: التجربة هي أساس المعرفة ويتم الحصول على البيانات الاحصائية والحقائق العلمية من خلال إجراء التجارب التي تجرى ميدانياً على مفردات المجتمع أو العينة، ونجد هذا النوع من الدراسات في المجال الزراعي بكثرة.

9. أساليب جمع البيانات الإحصائية: يتم جمع البيانات بأحد الأسلوبين:

1.9. أسلوب الحصر الشامل: وهنا تجمع البيانات الإحصائية من جميع أفراد المجتمع الإحصائي دون استثناء وتمتاز هذه الطريقة بأنها تعطي صورة مفصلة عن جميع أفراد المجتمع الإحصائي وبأنها لا تحتوي على أخطاء سببها استثناء بعض عناصر المجتمع الإحصائي،[1] مثل التعداد السكاني، أو دراسة الحالة الصحية للتلميذ للتلميذ المدارس الإبتدائية، أو دراسة شاملة حول الكتلة الناخبة بالجزائر، وغيرها من الدراسات التي يمكن أن تشمل جميع مفردات المجتمع.

[1] – محمد حسين محمد رشيد، **الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي**، دار صفاء للنشر والتوزيع، الأردن، 2008، ص 21.

2.9. أسلوب العينة: يهتم هذا الأسلوب بمعاينة جزء من المجتمع محل الدراسة، أي يتم جمع البيانات من مجموعة جزئية من المجتمع الإحصائي، ويتم تعميم النتائج من الجزء على الكل، أي استنباط نتائج المجتمع من العينة التي يجب اختياره بدقة على أن تمثل المجتمع تمثيلا جيدا وتعكس صفاته، إن طريقة المعاينة تستخدم في الحالات الآتية:

– إذا كان المجتمع محل الدراسة غير محدود: تظهر مثل هذه الحالات في المجالات الصناعية ففي مصنع لإنتاج المصابيح يكون الإنتاج بصفة مستمرة ولا نهائية، وبذلك لا يستطيع الباحث إجراء المسح الشامل أو اعتماد نتائجه، لذا يفضل أسلوب المعاينة؛

– إذا كان المجتمع محل الدراسة يؤدي إلى فنائه: فمثلاً إذا أردنا فحص دم المريض فإنه من المستحيل أن نقوم بأخذ دم المريض بأكمله ونجري عليه الفحص لأن ذلك يؤدي إلى وفاة المريض، لذا نأخذ عينة منه فقط؛

– الجهد و الوقت والتكاليف: من المعروف بأن أسلوب الحصر الشامل لجميع مفردات المجتمع خاصة إذا كان عدد أفرد المجتمع كبير جداً، سوف يكلف الباحث كثيراً من الجهد والتكلفة في عمليه جمع البيانات، بالإضافة إلى الضغط الزمني لإنجاز البحث واستخراج النتائج وتعميمها قد يأخذ وقت أطول.

10. أنواع العينات: إن أسلوب المعاينة يهدف إلى البحث عن صيغة لتمثيل أفراد المجتمع تمثيلاً يعكس صفاته و خصائصه ومؤشراته، على أن تكون التحيلات والنتائج التي توصل إليها الباحث تطابق على المجتمع بدقة، لذا على الباحث البحث في أسلوب وطريقة إختيار العينة التي تصف المجتمع وخصائصه، ومن هنا فإنه يمكن القول بأن طرق وأساليب اختيار أنواع العينات هي نوعين مهمين هما:

1.10. العينات الإحتمالية (العشوائية): وهي تخضع إلى مبدأ تكافؤ الفرص في ظهور أي مفردة من مفردات المجتمع ضمن العينة المختارة، ونجد عدة أنواع للعينة العشوائية:

– العينة العشوائية البسيطة؛

– العينة العشوائية الطبقية؛

– العينة العشوائية المنتظمة؛

– العينة العشوائية العنقودية؛

– العينة العشوائية متعددة المراحل؛

2.10. العينات غير الإحتمالية (غير العشوائية): والتي يكون احتمال اختيار أية مفردة منها غير معلوم، أي أنها تعتمد على الاختيار والتقدير الشخصي للباحث، أي لا تخضع إلى مبدأ تكافؤ الفرص في ظهور المفردات،

بل التدخل الشخصي في عملية إختيار المفردات وذلك لأغراض وإعتبارات تتعلق بالمشكلة، وتتكون العينات غير الإحتمالية من عدة أنواع، نذكر منها:

- العينة القصدية (العمدية)؛
- العينة الملائمة (المناسبة)؛
- عينة الحصص (الحصة)؛
- العينة العرضية (الصدفة)؛
- عينة كرة الثلج.

تمارين الفصل الأول

التمرين 01: – ما المقصود بكل من: الإحصاء الوصفي والإحصاء الإستدلالية وما الفرق بينهما؟

– ما المقصود بأسلوب الحصر الشامل وأسلوب المعاينة؟ وما هي الاعتبارات التي تحكم المفاضلة بين الأسلوبين؟

– ما الفرق بين المجتمع الإحصائي المحدود وغير المحدود؟

– ما الفرق بين المتغير الكفي و المتغير الكمي؟

– لماذا يفضل الباحث البيانات الأولية عن البيانات الثانوية؟

– وما الفرق بين أسلوب جمع البيانات عن طريق المقابلة و عن طريق الهاتف؟

التمرين 02: بين أي الأسلوبين (الحصر الشامل أو العينة) يستخدم في الحالات التالية:

– عند التعرف على جودة المنتجات في الخطوط الإنتاجية بأحد المصانع؛

– عند إجراء تحاليل دم أحد المرضى؛

– التعداد السكاني؛

– عند فرز أصوات المنتخبين يوم إجراء الانتخابات الرئاسية؛

– عند معرفة التعداد الزراعي؛

– عند معرفة مدى فعالية دواء ما، لمعالجة مرض معين؛

– عند إحصاء عدد المتزوجين والطلاق، والأرامل والأيتام؛

– عند التعرف على آراء المستهلكين نحو منتوج جديد تم طرحه من طرف مؤسسة ما في السوق؛

التمرين 03: صنف السمات والقيم التالية إلى متغيرات و ثوابت:

– دخل الفرد العامل اليومي؛ العدد الذري للهيدروجين؛ كمية المحصول الزراعي؛ درجات الحراراة، قوة جذابية الأرض، سرعة الضوء، عدد أيام الأسبوع، عدد دقائق الساعة، سرعة السيارة، عدد دول العالم، طول المسافة بين مدينة البليدة ومدينة الأغواط، عدد الصلوات المفروضة في اليوم، عدد الولادات بمستشفى البليدة، عدد حوادث المرور التي تحدث بالجزائر، عدد محركات السيارة، فصيلة الدم لدى شخص مريض؛

التمرين 04: حدد نوع الخاصية المدروسة ونوعية المتغير عندما يتعلق بالدراسات التالية:

– الجنس، الدخل السنوي، ترتيب اللاعب في نهاية لعبة الجولف، عدد السيارات المباعة في أسبوع ما، ترتيب المبيعات السنوية لاحدى الشركات الصناعية، لون العيون؛ قيمة الإتصالات الهاتفية اليومية، عدد المكالمات الهاتفية، درجات الحرارة، ترتيب الناجحين في مسابقة الدكتوراه؛ مكان الإقامة.

التمرين 05: تم تنظيم مسابقة الدكتوراه بجامعة البليدة 2، بكلية العلوم الاقتصادية العلوم التجارية وعلوم التسيير، حيث تم إستقبال 500 طالب، حيث تم وضع مجموعة من الشروط وهي كالتالي:

1- ان يكون تخصص الطالب ضمن التخصصات التالية: التسويق، المحاسبة، الجباية، إدارة الأعمال، مالية؛

2- أن يكون تقدير الطالب في شهادة الماستر حسن فما فوق؛

3- أن لا يتجاوز سن الطالب يوم الامتحان 35 سنة؛

4- عدم دخول الطالب لأكثر من خمسة مقاييس للدورات الإستدراكية خلال مساره الجامعي؛

5- أن يكون معدل الطالب خلال طور لليسانس يساوي أو يفوق 12 من عشرين؛

المطلوب: حدد المجتمع الإحصائي و الوحدة الإحصائية، ثم حدد الصفات المدروسة ونوعيتها؟

التمرين 06: عين نوع المتغير في كل من الحالات التالية:

1- عدد السيارات المباعة يوميا من الشركة العامة للسيارات.

2- درجات الحرارة المقاسة كل نصف ساعة في محطة الأرصاد الجوية.

3- الدخل السنوي في أحد الجامعات.

4- عدد الكتب على رف في مكتبة.

5- سرعة السيارة بالأميال في الساعة.

6- عدد الطلبة المقبولين في جامعة ما في عدة سنوات.

التمرين 07: حددي كل من: اسم المتغير – نوع البيانات – مجتمع الدراسة – حجم العينة:

1- في دراسة على عينة من 100 طفل دون سن السادسة لمعرفة اللعبة التي يفضلها كل منهم؛

2- في عينه من 500 مريض بالسرطان يراد قياس مدة الحياة بعد التشخيص؛

3- في دراسة لتحديد فصيلة الدم لعينة من 200 مريض بالمستشفى؛

4- في دراسة على 400 مريض لتحديد عدد الساعات التي قضوها داخل المستشفى حتى تماثلوا للشفاء من مرض كوفيد 19؛

5- في دراسة لتحديد أوزان عينة من 45 طفل حديث الولادة بالكيلو جرام في مستشفى مدينة البليدة خلال الأسبوع الأول من شهر جانفي؛

6- في دراسة لقياس مقدار النقص في الوزن بالكيلو جرام لعينة من 30 لاعب في فريق الملاكمة ذو الأوزان الكبيرة و يتبعون نظام غذائي معين؛

7- في دراسة على عينة من 100 النساء الحوامل لقياس الوقت بالساعات الذي تقضيه في المستشفى قبل الولادة؛

8- في دراسة لتحديد عدد المرات التي أصيب بها الطفل في سن 5 سنوات بالتهاب الأذن على عينه من 50 طفل في مدينة البليدة.

التمرين 08: عين المجتمع الإحصائي و الوحدة الإحصائية والصفة المدروسة و نوعيتها في كلا من ما يلي:

- الرياضية التي يمارسها الطلبة في الكلية، – عدد الولادات التي تتم على مستوى مستشفى البليدة؛
- الأجور السنوية لعمال إحدى المؤسسات؛ – عدد غيابات العمال لأحدى الشركات خلال الصيف؛
- عدد الأهداف المسجلة في مباريات الدوري الجزائري؛ – الحالة العائلية لشباب إحدى البلديات؛
- قيمة الأسهم المباعة يومياً في البورصة؛ – نسبة السكر في الدم لمجموعة من المرضى؛

التمرين 09: حدد الصفات الكيفية والصفات الكمية مع نوعية الصفة الكمية لما يلي:

لون البشرة؛ مساحة الأرض المزروعة؛ عدد سنوات التعليم؛ مكان الميلاد؛ أنواع السيارات الحديثة؛ معدل الدخل القومي؛ الرياضة المفضلة لديك؛ عدد غيابات الطلبة؛ المستوى التعليمي؛ الرتبة العسكرية؛ عدد المكالمات الهاتفية التي يستقبلها مكتب الاستقبال في إدارة ما؛ عدد الأخطاء المطبعية في كتاب ما؛ فصيلة الدم؛ درجة الذكاء.

حلول تمارين الفصل الأول

حل التمرين 02: تعيين أي الأسلوبين يستخدم الحصر الشامل أو العينة:

الحالات	أسلوب الحصر الشامل	أسلوب العينة
تعرف على جودة المنتجات	————	عن طريق العينة
تحليل دم أحد المرضى	————	عن طريق العينة
التعداد السكاني	أسلوب الحصر الشامل	————
فرز أصوات المنتخبين	أسلوب الحصر الشامل	————
التعداد الزراعي	أسلوب الحصر الشامل	————
مدى فعالية دواء لمرض معين	————	عن طريق العينة
عند إحصاء عدد المتزوجين والطلاق والأرامل والأيتام	أسلوب الحصر الشامل	————
معرفة آراء المستهلكين نحو منتوج جديد	————	عن طريق العينة

حل التمرين 03: تعيين السمات والقيم (متغيرات – ثوابت):

المتغيرات	الثوابت
– دخل الفرد العامل اليومي؛ كمية المحصول الزراعي؛ درجات الحرارة، سرعة السيارة، عدد الولادات بمستشفى البليدة، عدد حوادث المرور التي تحدث بالجزائر،	العدد الذري للهيدروجين؛ قوة جذابية الأرض، سرعة الضوء، عدد أيام الأسبوع، عدد دقائق الساعة،عدد دول العالم، طول المسافة بين مدينة البليدة ومدينة الأغواط، عدد الصلوات المفروضة في اليوم، عدد محركات السيارة، فصيلة الدم لدى شخص مريض.

حل التمرين 04: تحديد الخاصية المدروسة ونوعية المتغير:

الخاصية المدروسة	نوعية المتغير	الخاصية المدروسة	نوعية المتغير
الجنس ، لون العيون، مكان الإقامة	**كيفي إسمي**	الدخل السنوي، قيمة الاتصالات الهاتفية، درجات الحرارة،	**كمي مستمر**
ترتيب اللاعب، ترتيب الناجحين في مسابقة الدكتوراه، ترتيب المبيعات	**كيفي ترتيبي**	عدد السيارات المباعة، عدد المكالمات الهاتفية	**كمي منفصل**

حل التمرين 05: المجتمع الإحصائي 500 طالب، الوحدة الإحصائية طالب.

الرقم	الصفات المدروسة	نوعية المتغير
01	التخصص	متغير كيفي
02	التقدير المتحصل عليه في الشهادة	متغير كيفي
03	سن الطالب	متغير كمي مستمر
04	عدد مرات دخول الدورة الاستدراكية	كمي منفصل
05	معدل الطالب	كمي مستمر

حل التمرين 07: **تحديد اسم المتغير و نوع البيانات، المجتمع الإحصاء وحجم العينة:**

الرقم	اسم المتغير	نوع البيانات	مجتمع الدراسة	حجم العينة
01	اللعبة	كيفي	الأطفال	100 طفل
02	مدة الحياة	كمي مستمر	المرضى بالسرطان	500 مريض
03	فصيلة الدم	كيفي	المرضى بالمستشفى	200 مريض
04	عدد الساعات	كمي منفصل	المرضى	400 مريض
05	أوزان–الوزن	كمي مستمر	الأطفال	45 طفل
06	الوزن	كمي مستمر	اللاعبين	30 لاعب
07	الحمل	كمي منفصل	النساء الحوامل	100 من النساء الحوامل
08	عدد مرات الإصابة	كمي منفصل	الأطفال	50 طفل

حل التمرين 08: تعيين المجتمع الإحصائي و الوحدة الإحصائية و الصفة المدروسة و نوعيتها، نضع جدول على النحو التالي:

الرقم	المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	الصفة المدروسة	نوعيتها
01	الطلبة	طالب	الرياضة	كيفي
02	الولادات/المولودون	مولود/طفل	الولادة	كمي منفصل
03	العمال	عامل	الأجوار	كمي مستمر
04	العمال	عامل	الغيابات	كمي منفصل
05	مباريات	مباراة	الأهداف	كمي منفصل
06	الشباب	شاب	الحالة العائلية	كيفي
07	الأسهم	سهم	قيمة	كمي مستمر
08	المرضى	مريض	نسبة السكر	كمي مستمر

حل التمرين 09: نضع جدول لتحديد نوع الصفات:

كيفي	كمي مستمر	كمي منفصل (متقطع)
لون البشرة	مساحة الأرض	عدد سنوات التعليم
مكان الميلاد	معدل الدخل القومي	عدد غيابات الطلبة
أنواع السيارات الحديثة	درجة الذكاء	عدد المكالمات الهاتفية
الرياضة المفضلة لديك	ـــــــ	عدد الأخطاء المطبعية
المستوى التعليمي	ـــــــ	ـــــــ
الرتبة العسكرية	ـــــــ	ـــــــ
فصيلة الدم	ـــــــ	ـــــــ

الفصل الثاني: تبويب وعرض البيانات الاحصائية

1- تمهيد
2. أسس تصنيف البيانات
3. العرض الجدولي للبيانات الوصفية
4. العرض الجدولي للبيانات الكمية المنفصلة
5. العرض الجدولي للبيانات الكمية المستمرة
6. الجداول التكرارية المتجمعة الصاعد
7. الجداول التكرارية المتجمعة النازل
8. العرض البياني للبيانات الوصفية
9. العرض البياني للبيانات الكمية المنفصلة
10. العرض البياني للبيانات الكمية المستمرة
11. المنحنى التكراري المتجمع-التراكمي
12. أنواع المنحنيات التكرارية

1. تمهيد

بعد القيام بعملية جمع البيانات من مصادرها الأولية والثانوية نحصل على البيانات في شكل بيانات خام، ليست مرتبة أو منظمة وكل قيمة تسمى مفردة أو مشاهدة، وبذلك يصعب التعامل معها مباشرة في عملية التحليل الاحصائي واستخلاص النتائج منها، ومن هنا نلجأ إلى تنظيم البيانات الخام ليسهل علينا دراستها وتحليلها واستخراج المؤشرات منها بسهولة، لذا سوف ندرس في هذا الفصل طرق و وسائل تنظيم وتصنيف وتبويب البيانات وعرضها في جداول إحصائية.

فالتصنيف هو عبارة عن تجميع الحقائق أو الخصائص المشتركة في مجموعات أو تصنيفات أو فئات، وتصنيف البيانات يشبه إلى حد كبير فرز الرسائل في مكتب البريد حسب كل ولاية و بلدية، ومن ثم وضعها في أكياس منفصلة يحتوي كل واحد منها على رسائل ذات خصائص مشتركة وهي في هذه الحالة الولاية والدائرة و البلدية والمراكز والأحياء والشوارع...الخ.

أما التبويب فيقصد به عرض البيانات الخام في جداول مناسبة وذلك حتى يمكن تلخيصها وفهمها واستيعابها واستنتاج النتائج منها ومقارنتها بغيرها من البيانات، كما يسهل الرجوع إليها في صورة جداول دون الاطلاع على الاستمارات الأصلية التي قد تحمل أسماء أصحابها مما يخل بمبدأ سرية البيانات الإحصائية، ويلجأ الباحث إلى حصر وتصنيف وتبويبها وعرضها بطريقة مختصرة، في أعمدة و صفوف.

2. أسس تصنيف البيانات

هنالك عدة معايير أو أسس كثيرة ومختلفة تتخذ كأساس لإجراء عملية تصنيف وتبويب البيانات الخام في صورة جداول إحصائية تعتمد على طبيعة البيانات عن الظاهرة المدروسة أو قيد الدراسة، لذا سوف نعرض بعض من هذه الأسس والأكثرها استخداماً و شيوعاً، على النحو التالي:

1.2. الأساس الجغرافي (التصنيف الجغرافي): يقصد بالتصنيف الجغرافي بأنه عباراة عن فرز البيانات وتنظيمها في مجموعات على أساس إشتراكها بوحدات جغرافية معينة كالولايات أو الدوائر أو الشمال و الهضاب العليا والصحراء، أو على أساس وسط غرب شرق و جنوب،...الخ.

2.2. الأساس الزمني: يُعرف التصنيف الزمني بأنه عبارة عن تنظيم وترتيب البيانات في مجموعات متجانسة على أساس إشتراكها بوحدة الزمن كاليوم أو الأسبوع أو الشهر أو الفصل أو السداسي أو السنة، و هذا يتوقف على طبيعة الظاهرة التي تتغير خلال فترات زمنية متتالية، وتسمى الجداول الإحصائية بحسب هذا الأساس بالسلسلة الزمنية.

3.2. الأساس النوعي أو الوصفي: يقصد به تصنيف وترتيب البيانات في جداول خاصة حسب إشتراكها بصفة معينة، كتصنيف السكان حسب الجنس (ذكور ، إناث)، أو حسب حالة العمل (يعمل، لا يعمل)، أو الحالة الإجتماعية (متزوج، أعزب، مطلق، أرمل)، أو حسب صفة الدم $(AB, A^{+}, B\ , O^{-})$...الخ.

4.2. الأساس الكمي: يقصد به تصنيف وترتيب البيانات في جداول خاصة وهذا بحسب إشتراك البيانات بوحدة كمية معينة، وهنا نميز بين المتغيرات المنفصلة (عدد أفراد الأسرة، عدد السيارات في الحضيرة الوطنية، عدد اللاعبين داخل الملعب..الخ)، والمتغيرات المتصلة كالطول و الوزن والسرعة والحرارة...الخ.

وسوف نتناول عملية تبويب البيانات (العرض الجدولي) بنوعيها الوصفية والكمية كما يلي:

3. العرض الجدولي للبيانات الوصفية (الإسمية أو الترتيبية): تتم عملية العرض الجدولي من خلال تصنيف البيانات في مجموعات متشابهة ومتجانسة وهي الفئات وهذا من خلال تكوين جدول إحصائي مكون من ثلاثة أعمدة، بحيث يخصص العمود الأول للفئات (المجموعات) أما للعمود الثاني يخصص لتفريغ البيانات ويطلق على هذا العمود بالعلامات، وذلك بقراءة البيانات الأصلية (الخام) والقيام بتسجيل كل مفردة تم قراءتها أمام الصفة أو الفئة أو المعيار المتفق مع فقرتها، وذلك بتمثيله بشرطة مائله من أعلى اليمين إلى أدنى اليسار كما يلي $(/)$ حتى تبلغ أربع شرطات مائله $(////)$، والخامسة تكون كخط أو شرطة تقطع الأربعة السابقة في صورة عكسية كما يلي $(\cancel{////})$ والخمسة قراءات في الصورة السابقة يطلق عليها حزمة، وهذا لتسهيل عملية العد، ثم نضع العدد الموافق لعدد الشرطات في عمود التكرارات أي ترجمة حزم إلى أعداد أمام الصفات بقيمة تكرارية.

مثال 01: لنفرض لدينا التقديرات التالية والتي تخص 30 طالب في مقياس الاحصاء.

جيد، مقبول، ضعيف جدا، مقبول، جيد جدا، جيد، حسن، جيد، ضعيف جدا، مقبول، ممتاز، جيد جدا، جيد، مقبول، مقبول، ضعيف جدا، ضعيف، حسن، جيد جدا، حسن، مبقول، مقبول، جيد، ممتاز، ضعيف، جيد جدا، ضعيف، جيد، ضعيف، حسن.

المطلوب: تفريغ البيانات في جدول إحصائي؟

الحل: أولاً نحدد أقسام الظاهرة أو عدد الصفات (التقديرات): أي ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً

ضعيف جدا، ضعيف، مقبول، حسن، جيد، جيد جدا، ممتاز

التقدير	العلامة	التكرارات (n_i)
ضعيف جدا	$(///)$	3
ضعيف	$(////)$	4
مقبول	$(\cancel{////})\ (//)$	7
حسن	$(////)$	4

جيد	~~(////)~~ /	6
جيد جدا	(////)	4
ممتاز	(//)	2
المجموع		30

ثم بعد نقوم باستبعاد العمود الأوسط ونكتفي بالعمودين الأول والثالث ليصبح الجدول كما يلي، لكن مع ذكر عنوان الجدول وترقيمه ومصدره و وحدة القياس فيه، وبذلك يسمى هذا الجدول بالجدول البسيط، لأنه يحتوى على صفة واحدة فقط وهي التقديرات، كما أننا يمكن تحويل التكرارات المطلقة إلى التكرارات النسبية والمئوية، كما هو موضح في الجدول التالي:

التقدير	التكرارات المطلقة (n_i)	التكرار النسبي F_i	التكرار المئوي F_i%
ضعيف جدا	3	0.1000	10
ضعيف	4	0.1333	13.33
مقبول	7	0.2333	23.33
حسن	4	0.1333	13.33
جيد	6	0.2000	20
جيد جدا	4	0.1333	13.33
ممتاز	2	0.0667	6.67
المجموع	**30**	**1**	**100**

$$F_i = \frac{n_i}{\sum N_i} = \frac{\text{التكرارات المطلقة}}{\text{مجموع التكرارات}} \quad , \quad F_i\% = F_i\ \%\ .100$$

جدول التوزيع التكراري المزدوج: إلا أن هناك نوع أخر من جداول التوزيعات التكرارية وهو جدول التوزيع التكراري المزدوج، وهذا حسب صفتين في وقت واحد، ولعمل الجدول المزدوج يجب وضع وتفريغ إحدى الصفتين أفقيا بينما تدون الصفة الأخرى رأسيا كما هو مبين في المثال التالي:

مثال 02: لنفرض لدينا التقديرات التالية والتي تخص 30 طالب في مقياس الاحصاء موزعة بين الجنسين ذكر و أنثى.

(جيد، ذكر) ، (مقبول، ذكر) ، (ضعيف جدا، أنثى) ، (مقبول، أنثى)، (جيد جدا، ذكر) ، (جيد، أنثى)، (حسن، أنثى) ، (جيد، ذكر) ، (ضعيف جدا، أنثى) ، (مقبول، ذكر) ، (ممتاز، أنثى) ، (جيد جدا، ذكر) ، (جيد، أنثى) ، (مقبول، ذكر) ، (مقبول، أنثى) ، (ضعيف جدا، ذكر) ، (ضعيف، أنثى) ، (حسن،

أنثى) ، (جيد جدا، أنثى) ، (حسن، ذكر) ، (مبقول، ذكر) ، (مقبول، أنثى) ، (جيد، ذكر) ، (ممتاز، أنثى) ، (ضعيف، ذكر) ، (جيد جدا، ذكر) ، (ضعيف، ذكر) ، (جيد، ذكر) ، (ضعيف، أنثى) ، (حسن، ذكر).

المطلوب: تفريغ البيانات في جدول إحصائي مزدوج؟

التقدير	ذكر	أنثى	التكرارات الكلية
ضعيف جدا	1	2	3
ضعيف	2	2	4
مقبول	4	3	7
حسن	2	2	4
جيد	4	2	6
جيد جدا	3	1	4
ممتاز	0	2	2
المجموع	**16**	**14**	**30**

4. العرض الجدولي للبيانات الكمية المنفصلة (المتقطعة): تأخذ متغيرات الوثابة أو المنفصلة قيما صحيحة فقط، أي أنا لا تأخذ القيم الكسرية، كأعداد أفراد الأسرة و عدد الكتب على الرف...الخ، وعليه فإن طريقة العرض الجدولي لمثل لهذا النوع من البيانات لا يختلف عن الطريقة السابقة، فيتم تقسيم قيم الظاهرة التي يمثلها أو التي يأخذها المتغير المتقطع إلى أقسام، مثلا عدد أفراد الأسر التي نود دراستها هي من 3 إلى 7 أفراد، وعليه فإن أقسام أو نقول الفئات هي: الفئة الأولى تحمل رقم 3، الفئة الثانية تحمل رقم 4، الفئة الثالثة تحمل رقم 5، الفئة الرابعة تحمل الرقم 6، أما الفئة الخامسة تحمل الرقم 7، ثم نضع التكرارات المقابلة لها.

مثال 03: البيانات التالية تمثل غيابات 24 عامل خلال شهر جانفي:

1	**2**	**2**	**4**	**3**	**6**	**5**	**5**
2	**5**	**3**	**4**	**1**	**5**	**4**	**3**
4	**5**	**1**	**3**	**2**	**4**	**3**	**4**

المطلوب: إعداد جدول التوزيع التكراري لغيابات العمل، بالإضافة إلى حساب التكرار النسبي والمئوي.

الحل:

الغيابات	العلامات	التكرارات	F_i	F_i %
1	(///)	3	0.124	12.4
2	(////)	4	0.1666	16.66
3	(~~////~~)	5	0.2083	20.83
4	(~~////~~) /	6	0.25	25
5	(~~////~~)	5	0.2083	20.83
6	/	1	0.0417	4.17
المجموع	24	24	1	100

5. **العرض الجدولي للبيانات الكمية المستمرة:** أما في حالة المتغير الكمي المستمر فإن العرض الجدولي يقوم على فكرة تقسيم مدى قيم الظاهرة المدروسة إلى مجموعات جزئية تسمى الفئات، ومن الأفضل أن تكون متساوية، ويتم ذلك وفقاً للخطوات التالية:

الخطوة الأولى وهي تحديد مدى التغير في البيانات الأصلية، والمدى (Ra) عبارة عن الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة في مفردات الظاهرة الكمية موضوع التبويب أي أن:[1]

$$\text{المدى} = \left(\text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة}\right)$$

$$R = X_{max} - X_{min}$$

الخطوة الثانية بعد تحديد المدى العام نقوم بتقسيمه إلى عدد من الأقسام و هي الفئات، والتي قد تكون متساوية أو غير متساوية في الطول، مع تحديد حدود تلك الفئات ومراعاة ألا تكون الحدود متداخلة أو متباعدة، أي أن لا تكون هناك فجوة بين كل فئة وأخرى، حتى لا يحدث خطأ بالتكرار أو عدم تصنيف بعض البيانات الأصلية، إن تحديد عدد الفئات يترك للتقدير الشخصي لواضع جدول التوزيع التكراري مراعيا في ذلك طبيعة البيانات المراد تبويبها والغرض من عملية التبويب.

يمكن الاستعانة بأحد الطرق التالية لتحديد عدد الفئات:[2]

تحديد عدد الفئات باستخدام معادلة $Yule$:

معادلة يول: $\text{عدد الفئات} = 2.5\sqrt[4]{N}$

[1] – إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، **مبادئ علم الإحصاء**، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2004، ص 43.

[2] - محمد محمد جبر المغربي، مرجع سابق، ص 27.

$\sqrt[4]{}$ الجذر الرابع , 2,5 مقدار ثابت , N عدد القيم

تصلح هذه المعادلة عندما يكون حجم العينة أقل من 1000 مفردة.

ويمكن تحديد عدد الفئات باستخدام طريقة ستورج Sturges :[1]

معادلة ستورج: $1 + 3{,}322 \log N =$ عدد الفئات

تصلح هذه المعادلة عندما يكون حجم العينة أكبر من 1000 مفردة.

أما **الخطوة الموالية** وهي تحديد طول الفئة، والتي تتحد بالعلاقة التالية:

$$K = \frac{R}{L} \quad , \quad \text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

ويستحسن أن يكون طول الفئات به كسور لأن هذا غير مرغوب فيه، كما يجوز تقريب طول الفئة إلى عدد صحيح.

مفاهيم ومصطلحات هامة: نقاط هامة يجب مراعاتها عند بناء الجداول التكرارية.

- يسترشد عند تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى (L_0) بأصغر قيمة في البيانات حتى نضمن أن تقع القيمة الصغرى داخل الفئة الأولى، لأن الحدود الدنيا للفئات تكون مغلقة و مفتوحة من الأعلى.
- لتحديد الحد الأعلى للفئة الأولى (L_1) نقوم بإضافة طول الفئة للحد الأدنى للفئة الأولى.

$$L_1 = L_0 + K \quad \text{الحد الأعلى للفئة الأولى}$$

وعليه فإن طول الفئة في حالة تساوي أطول الفئات يكون كما يلي:

$$K = L_1 - L_0 = L_{n+1} - L_n = \text{الحد الأدنى للفئة} - \text{الحد الأعلى للفئة}$$

- **لتحديد مركز الفئة:** يطلق على القيمة التي تتوسط الحد الأدنى والأعلى مركز الفئة، ويرمز لها بالرمز (x_i) ويتحدد مركز الفئة بالعلاقة التالية:

$$x_i = \frac{L_0 + L_1}{2} = \frac{\text{الحد الأدنى لأي فئة} + \text{الحد الأعلى لأي فئة}}{2}$$

كذلك يمكن تحديد مركز الفئة من خلال العلاقات التالية:

$$\text{مركز الفئة} = \text{بداية الفئة} + \frac{1}{2}\text{طول الفئة}$$

---

[1] - Wayne W.Daniel, **Biostatistics A Foundation for Analysis in the Health Sciences**, sixth edition, this book was set in new baskerville, New york , 1995, p 18.

$$\text{مركز الفئة} = \text{نهاية الفئة} - \frac{1}{2}\text{طول الفئة}$$

– **تكرار الفئة:** هو عبارة عن عدد المفردات أو القيم التي تقع داخل (ضمن) حدود الفئة الأولى ويرمز لها بالرمز (n_1)، وبالتالي فإن تكرار الفئة الثانية يكون (n_2)، وتكرار الفئة الثالثة هو (n_3) وهكذا حتى نصل إلى تكرار الفئة الأخيرة، وعليه يكون مجموع التكرارات:

$$\sum_{i=1}^{r} N_i = n_1 + n_2 + n_3 \ldots\ldots + n_r$$

مثال 04: المعطيات التالية تمثل أوزان 60 لاعب يخضعون لتدريبات لتخفيض أوزانهم (الوحدة بالكليوغرام):

88	78	91	66	80	63	77	69	60	50
52	77	85	76	68	75	96	81	78	70
96	83	73	82	65	66	65	64	93	76
73	90	80	91	77	60	85	75	70	95
91	87	51	62	55	62	61	68	82	79
67	78	71	61	82	76	71	99	74	75

المطلوب: تقديم الجدول الإحصائي لهذه البيانات؟

الحل: حساب المدى العام: $R = x_{max} - x_{min} = 98 - 50 = 48$

حساب عدد الفئات: $\mathrm{L} = 1 + 3.322 \log n = 1.3.322 \log 60 = 6{,}9 = 7$

طول الفئة: $K = \frac{R}{L} = \frac{48}{7} = 6{,}86 \cong 7$

الفئات	العلامات	التكرارات
]57 − 50]	(////)	4
]64 − 57]	(//) (////)	7
]71 − 64]	/ (////) (////)	11
]78 − 71]	(////) (////) ////	14
]85 − 78]	(////) (////) /	11
]92 − 85]	(///) (////)	8
]99 − 92]	(////)	5
المجموع		60

الجداول التكرارية ذات الفئات المفتوحة: قد نجد في بعض الأحوال عدم وجود بيانات متاحة أو أن عرض البيانات في صورة فئات مغلقة قد فقد معناها نظرياأو هناك بعض البيانات الشاذة سواء كانت كبيرة أو صغيرة مما يؤدي بالباحث إلى استخدام توزيع تكراري مفتوح الفئات من الأدنى أو/و الأعلى.[1]

أي يضطر الباحث إلى استخدام الجداول التكراري المفتوحة نتيجة وجود قيمة شادة متباعدة من الأعلى أو من الأسفل، أو لعدم القدرة على تحديد أحد حدي الفئات.

مثال 05: يوضح الجدول التالي حالة الجدوال التكرارية المفتوحة من الأعلى و من الأسفل، وهو يمثل أعمار حاملي رخص قيادة السيارات بولاية البليدة لعام 2020، الوحدة بالألف.

الفئات	التكرارات
أقل من 20	2
]40 – 20]	18
]60 – 40]	25
أكبر من 60	15
المجموع	60

الجداول التكرارية ذات الفئات غير المنتظمة: هناك بعض الظواهر تكون عملية تعريفها في فئات منتظمة غير ملائمة لها، وذلك كأن تكون بعض الفئات خالية من التكرارات أو بها تكرارات قليلة جدا، والذي يعزي إلى أن بيانات الظاهرة محل الدراسة تتركز أكثر في مواضع معينة دون الأخرى مع بعثرة عدد قليل منها في بعض المواضع الأخرى،[2] مثل عند دراسة ظاهرة أعمار الوفيات من الأطفال الأقل من سنة، حيث يكون عدد الوفيات في اللحظات الأولى من الولادة مرتفع، ثم يقل هذا العدد تدريجياً بزيادة عمر الطفل، وعليه نجد بعض الفئات ذات طول معين وذلك لأهمية هذه الفئة، وذلك بغض النظر عن أطوال الفئات الأخرى، بصفة عامة يكون التوزيع غير منتظم إذا كانت أطوال الفئات غير متساوية.

6. الجداول التكرارية المتجمعة الصاعدة

قد يريد الباحث أن يحدد المفردات التي تزيد أو تقل عن قيمة معينة، أو قد يريد الباحث أن يحدد نسبة المفردات التي تزيد أو تقل عن حد معين، أو قد يريد الباحث أن يحدد الوضع النسبي لقيمة معينة.

[1] – نادر شعبان السواح، **مبادئ الإحصاء باستخدام spss**، الدار الجامعية، مصر، 2011، ص 85.

[2] – نادر شعبان السواح، مرجع سابق، ص 86.

ويمكن الحصول على التوزيع التكراري المتجمع الصاعد من خلال تجميع أو تراكم التكرارات الجدول الأصلي، بدءاً بتكرار الفئة الأولى وانتهاءاً بتكرار الفئة الأخيرة، إلى أن نحصل على مجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{r} n_i$، كتكرار متجمع صاعد للفئة الأخيرة، ويتكون هذا التوزيع من قسمين، الأولى يمثل الحدود العليا للفئات، أما الثاني فيمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة زيرمز له بالرمز $(N \uparrow)$.[1]

كما يمكن وضع عمود خاص بالتكرارات المتجمعة الصاعدة النسبية والتي يرمز لها بالرمز $(F \uparrow)$ بنفس المبدأ السابق، وهذا لغرض المقارنة بين توزيعين تختلف مجموع التكرارات فيهما، أو لمعرفة الأهمية النسبية لكل فئة، ويحسب أولاً التكرار النسبي بقسمة تكرار المطلق للفئة على مجموع التكرارات، ويرتبط التكرار النسبي مباشرة باحتمال وقوع الحدث، كما يمكن وضع التكرارات التجمعية الصاعدة المئوية والذي يرمز له بالرمز $(F\% \uparrow)$، ويتم حساب هذا العمود بنفس المبدأ السابق.

مثال 06: بالعودة إلى المثال السابق رقم 04، أوجد كل من التكرار المتجمع الصاعد، و التكرار المتجمع الصاعد النسبي، والتكرار المتجمع الصاعد المئوي؟

$F\% \uparrow$	$F\%$	$F \uparrow$	F	$N \uparrow$	n_i	الفئات
6.67	6.67	0.0667	0.0667	4	4	$]57 - 50]$
18.34	11.67	0.1834	0.1167	11	7	$]64 - 57]$
36.67	18.33	0.3667	0.1833	22	11	$]71 - 64]$
60	23.33	0.6	0.2333	36	14	$]78 - 71]$
78.33	18.33	0.7833	0.1833	47	11	$]85 - 78]$
91.66	13.33	0.9166	0.1333	55	8	$]92 - 85]$
100	8.33	1	0.0833	60	5	$]99 - 92]$
___	100	___	1	___	60	المجموع

7. الجداول التكرارية المتجمعة النازل

ويمكن الحصول على التوزيع التكراري المتجمع النازل من خلال طرح التكرارات الجدول الأصلي من مجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{r} n_i$ تعاقبياً، بدءاً بتكرار الفئة الأولى وانتهاءاً بتكرار الفئة الأخيرة، إلى أن نحصل على التكرار الأخير متجمع النازل للفئة الأخيرة، ويتكون هذا التوزيع من قسمين، الأولى يمثل الحدود الدنيا للفئات، أما الثاني

[1]– حسن ياسين طعمة و إيمان حسين حنوش، مرجع سابق، ص 69.

فيمثل التكرارات المتجمعة النازلة زيرمز له بالرمز $(N \downarrow)$،[1] كما يمكن حساب التكرار المتجمع النازل النسبي والمئوي.

مثال 07: بالعودة إلى المثال السابق رقم 04، أوجد كل من التكرار المتجمع النازل، و التكرار المتجمع النازل النسبي، والتكرار المتجمع النازل المئوي؟

$F\% \downarrow$	$F\%$	$F \downarrow$	F	$N \downarrow$	n_i	الفئات
100	6.67	1	0.0667	60	4	$]57-50]$
93.33	11.67	0.9333	0.1167	56	7	$]64-57]$
81.66	18.33	0.8166	0.1833	49	11	$]71-64]$
63.33	23.33	0.6333	0.2333	38	14	$]78-71]$
40	18.33	0.4	0.1833	24	11	$]85-78]$
21.67	13.33	0.2167	0.1333	13	8	$]92-85]$
8.33	8.33	0.0833	0.0833	5	5	$]99-92]$
___	100	___	1	___	60	المجموع

– **العرض البياني**: يعتبر العرض البياني أي الرسوم البيانية وسيلة أخرى لتلخيص وعرض البيانات الإحصائية، خاصة أنها أسهل إستعاباً وأكثرها سهولة وجاذبية للقارئ عنه في أسلوب العرض الجدولي، هذا بالإضافة إلى أن بعض الرسوم البيانية تساعد في إجراء بعض التحليلات الإحصائية، وتتعدد وتختلف الأشكال والرسوم البيانية التي يمكن استخدامها في العرض البياني باختلاف البيانات المراد عرضها، من البيانات الوصفية عنه إلى البيانات الكمية المنفصلة إلى البيانات الكمية المستمرة، فلكل نوع من البيانات رسومات وأشكال خاصة به.

إن الهدف من استخدام العرض البياني هو لزيادة تبسيطها حتى يمكن فهم الخصائص الأساسية لها أو إجراء المقارنات الملائمة بين مكوناتها واستخلاص النتائج منها بسهولة، وتمتاز الرسوم البيانية بأنها تجذب الانتباه وتعلق بالذهن وتكون إمكانية تذكرها أكبر بكثير من تذكر الجداول وما تحتويه من أرقام، و تجدر الإشارة إلى إلى ضرورة وضع عنوان ورقم للرسم البياني أو الهندسي، كما يستحسن إستخدام الألوان أو التصنيفات المختلفة، كما يجب توضيح وحدات القياس المستخدمة و وضع مصدر هذه البيانات.

وسوف نتناول بالشرح بعض أساليب العرض البياني للبيانات الوصفية والكمية بنوعيها المنفصلة والمستمرة على النحو التالي.

[1] – حسن ياسين طعمة و إيمان حسين حنوش، مرجع سابق، ص 70.

8. العرض البياني للبيانات الوصفية: هنالك أنواع عديدة من الأشكال والرسومات يمكن استخدامها لوصف البيانات الوصفية، ولكل منها ميزاته وعيوبه من درجة البساطة والوضوح ومن حيث إظهار معالم البيانات، وتعبا لذلك يختلف استخدامها حسب نوع البيانات وأحجامها، وعدد المتغيرات والغرض من وصف البيانات، وأشهر أنواع الأشكال والرسومات البيانية الدوائر المجزأة والأعمدة البسيطة والمتلاصقة و المركبة، وهذا ما سوف نتطرق إليه في هذا الجزء.

1.8. استخدام القطاعات الدائرية: وتسمى كذلك بالدوائر المجزأة، وتتلخص الفكرة الأساسية للدوائر البيانية بتوزيع بيانات الظاهرة المدروسة على قطاعات الدائرة بما يتناسب والزواية المركزية لكل قطاع، وتتكون الدائرة البيانية من دائرة كاملة 360^0 وهذه الدائرة تمثل المجموعة الكلية للبيانات، ويتم حساب قيس الزواية القطاعية كما يلي:

$$\text{زاوية قطاع الظاهرة} = \frac{\text{قيمة الظاهرة}}{\text{المجموع الكلي لقيم الظواهر}} \cdot \mathbf{360^0}$$

ولتوضيح هذه الطريقة نورد المثال التالي:

مثال 08: البيانات التالية توضح توزيع عدد من الطلبة بكلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية و علوم التسيير بجامعة البليدة لسنة 2020/2019 حسب التخصصات في السنة الثالثة، إدارة الأعمال 600 طالب، المالية 400 طالب، التسويق 250 طالب، المحاسبة 350 طالب، والجباية 200 طالب.

المطلوب: تفريغ البيانات في جدول إحصائي، وتحديد نوع المتغير والخاصية المدروسة، ثم تمثيل البيانات السابقة عن طريق الدائرة المجزأة.

الحل: الخاصية المدروسة هي التخصصات الطلبة بكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير،

أما نوع المتغير هو كيفي.

التخصصات	التكرارات	قيس الزاوية لكل تخصص
إدارة الأعمال	600	120^0
المالية	400	80^0
التسويق	250	50^0
المحاسبة	350	70^0
الجباية	200	40^0
المجموع	1800	360^0

لتحديد قيس الزواية لكل تخصص نستخدم العلاقة التالية:

$$\text{زاوية قطاع التخصص} = \frac{\text{عدد الطلبة حسب كل تخصص}}{\text{عدد الطلبة الكلي}} \cdot 360^0$$

$$\text{زاوية قطاع التخصص إدارة الأعمال} = \frac{600}{1800} \cdot 360^0 = 120^0$$

$$\text{زاوية قطاع التخصص المالية} = \frac{400}{1800} \cdot 360^0 = 80^0$$

$$\text{زاوية قطاع التخصص التسويق} = \frac{250}{1800} \cdot 360^0 = 50^0$$

$$\text{زاوية قطاع التخصص المحاسبة} = \frac{350}{1800} \cdot 360^0 = 70^0$$

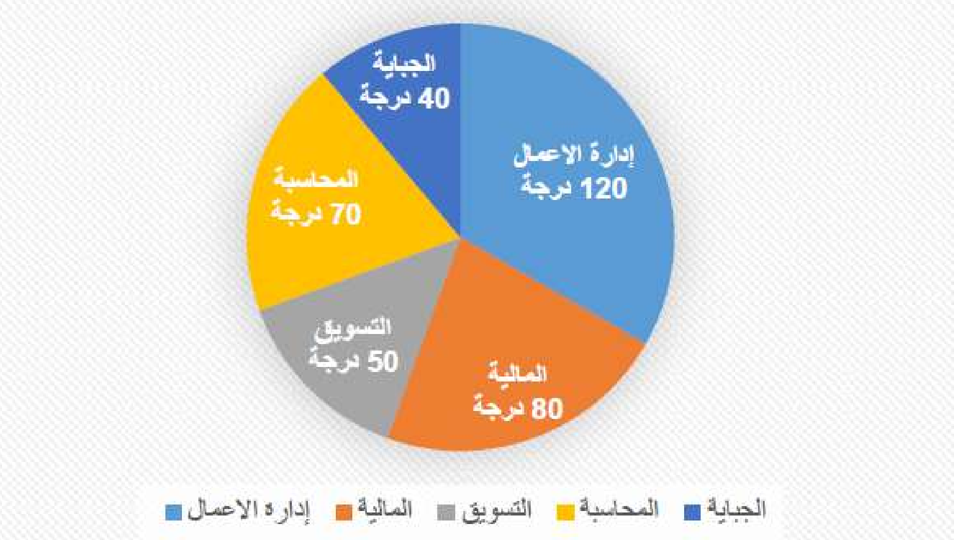
$$\text{زاوية قطاع التخصص الجباية} = \frac{200}{1800} \cdot 360^0 = 40^0$$

يجب أن يكون مجموع زوايا القطاعات المختلفة للتخصصات= 360 درجة.

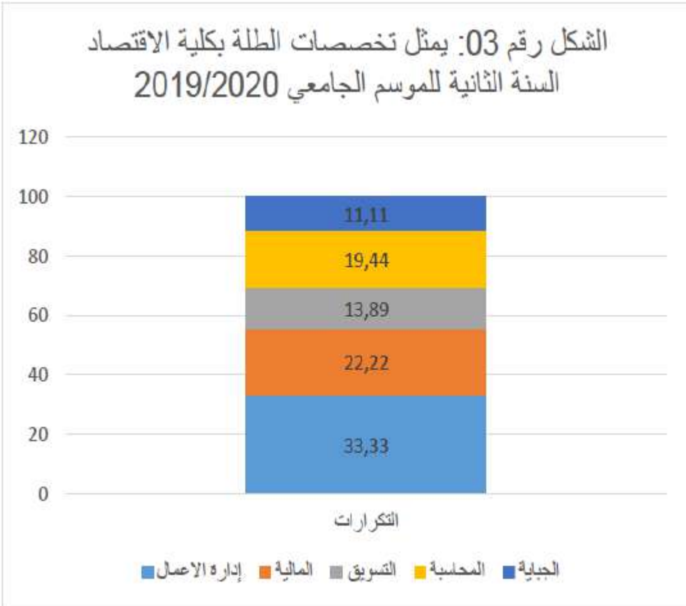
$$\mathbf{360^0 = 120^0 + 80^0 + 50^0 + 70^0 + 40^0}$$

ثم نقوم بالرسم الدائرة ونحدد نصف قطرها ثم نحدد زواية كل قطاع، مع استخدام الألوان ومفتاح لقراءتها بسهولة.

الشكل رقم 01: التمثيل البياني لتخصصات الطلبة بكلية العلوم الاقتصادية والتجارية والعلوم التسيير للموسم 2019/2020



2.8. استخدام العمود المجزأ: يمكن عرض البيانات بيانياً في شكل عمود مجزأ، إذا انقسم المتغير موضع الدراسة إلى قسمين أو أكثر، ويتم التمثل على أساس التكرارات حسب كل قسم أو على أساس حساب النسب المئوية لكل قسم أو جزء على أن يكون السلم مدرج بمئة درجة، ولتوضيح ذلك نأخذ المثال السابق ونقوم برسم العمود المجزأ على أن نضع أفقياً 100 درجة، ونحسب النسب المئوية لكل تخصص.

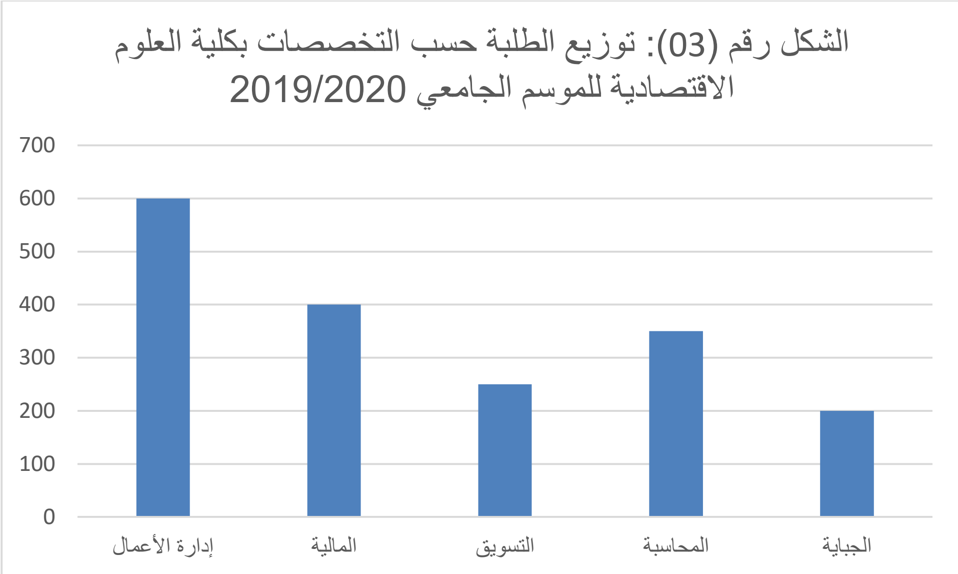


3.8. إستخدام طريقة الأعمدة البيانية البسيطة:

للمقارنة بين الظواهر الإحصائية وتمثيلها تستخدم الأعمدة البيانية البسيطة أو المستطلات البيانية، حيث تعطى لكل ظاهرة مساحة تتناسب مع قيمها على شكل مستطيل يرسم عمودياً أو أفقياً خلال فترة زمنية معينة، على أن يكون عرض (قاعدة) المستطيلات أو الأعمدة وحدة واحدة، وتتم المقارنة بين أطوال المستطيلات أو الأعمدة والتي هي نفسها المقارنة نفسها بين قيم ما تمثله، والتي قد تكون التكرارات أو التكرارات النسبية أو المئوية والتي تمثل ارتفاع العمود، ولا يهم ترتيب الأعمدة.

مثال 09: بالعودة إلى المثال السابق، قم بتمثيل البياني طريق الأعمدة البسيطة.

التخصصات	التكرارات	التكرار النسبي	التكرار المئوي
إدارة الأعمال	600	0.3333	33.33
المالية	400	0.2222	22.22
التسويق	250	0.1389	13.89
المحاسبة	350	0.1944	19.44
الجباية	200	0.1111	11.11
المجموع	1800	1	100



9. العرض البياني للبيانات الكمية المنفصلة

يتم عرض البيانات الكمية المنفصلة بالأعمدة البسيطة (مخطط الأعمدة البيانية) أو من خلال العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة أو من خلال عرض البياني للتكرارات المتجمعة النازلة، وهذا ما سوف نتطرق إليه فيما يلي:

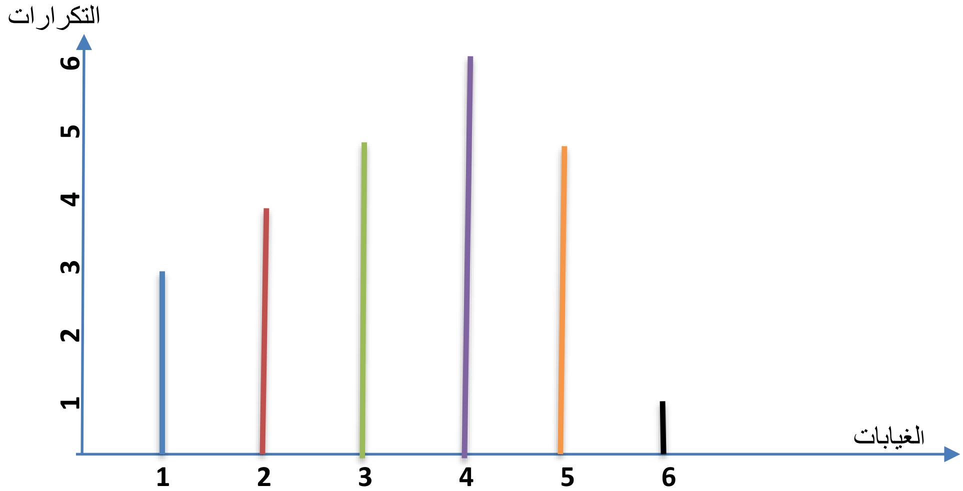
1.9. مخطط الأعمدة البسيطة: يعتمد هذا النوع من الرسوم البيانية، على رسم معلم، بحيث يتم وضع في المحور الأفقي (محورالفواصل) قيم الظاهرة أو الصفة مرتبة ترتيبا طبيعيا، أما على المحور العمودي نضع التكرارات لقيم المتغير الإحصائي المنفصل، ثم نبدأ برسم الأعمدة والتي يكون ارتفاعها بقيمة تكرارها،؛ أو تكراراتها النسبية أو المئوية.

مثال 10: الجدول التالي يمثل عدد الغيابات لعمال خلال أحد الأسابيع بمؤسسة ما.

الغيابات	التكرارات	F_i	$\%F_i$
1	3	0.124	12.4
2	4	0.1666	16.66
3	5	0.2083	20.83
4	6	0.25	25
5	5	0.2083	20.83
6	1	0.0417	4.17
المجموع	24	1	100

المطلوب: قم بتمثيل الأعمدة البسيطة للبيانات السابقة؟

الشكل رقم (04): توزيع العمال حسب عدد الغيابات (الأعمدة البسيطة)



2.9. العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة:

يخص هذا النوع من التمثيلات البيانية المتغيرات الكمية المنفصلة، بحيث يمكن رسم المنحى التكراري المتجمع الصاعد و النازل إما في نفس المعلم أو منفصلين عن بعضهما البعض.

* **المحنى التكراري المتجمع الصاعد**: يتم رسمه من خلال وضع قيم الظاهرة (الغيابات) على المحور الأفقي وتقابلها التكرارات المتجمعة الصاعدة، على شكل قطع مستقيمة متصاعدة.

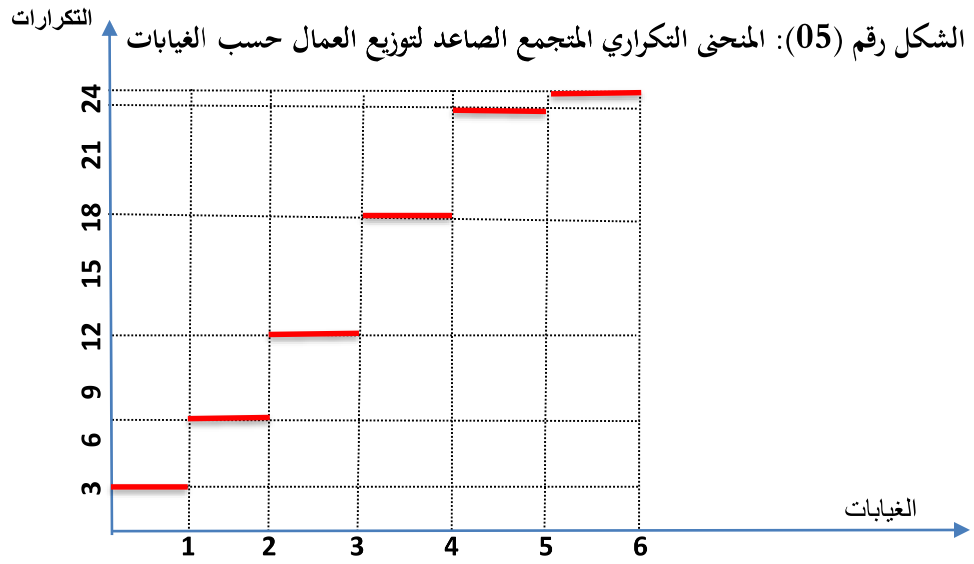
* **المحنى التكراري المتجمع النازلة**: يتم رسمه من خلال وضع قيم الظاهرة (الغيابات) على المحور الأفقي وتقابلها التكرارات المتجمعة النازلة، على شكل قطع مستقيمة متنازلة.

مثال 11: لتكن لديك البيانات التالية:

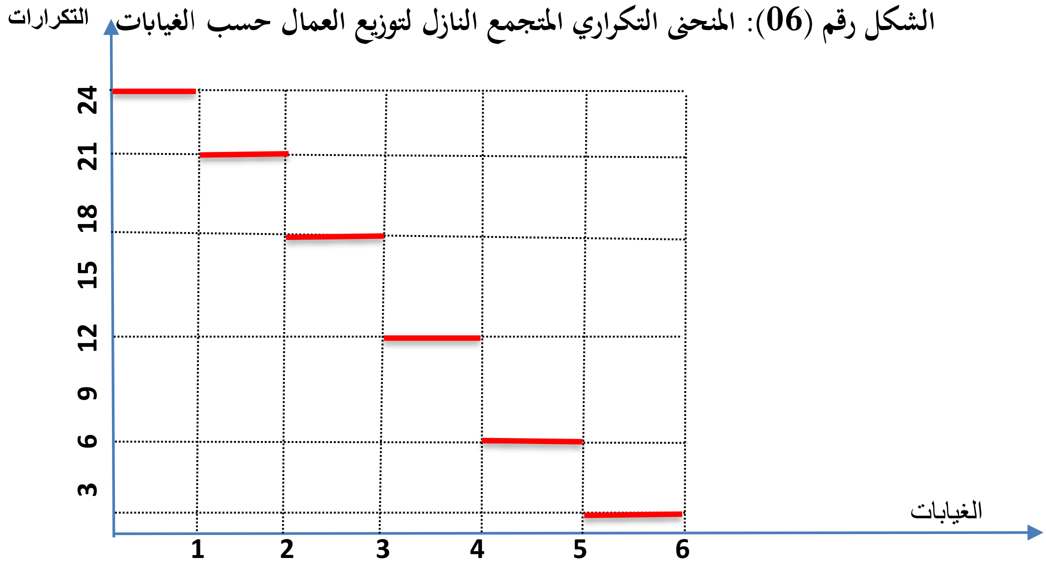
الغيابات	التكرارات	$N\uparrow$	$N\downarrow$
1	3	3	24
2	4	7	21
3	5	12	17
4	6	18	12
5	5	23	6
6	1	24	1
المجموع	24	—	—

المطلوب: أرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل منفصلين؟

الشكل رقم (05): المنحنى التكراري المتجمع الصاعد لتوزيع العمال حسب الغيابات



الشكل رقم (06): المنحنى التكراري المتجمع النازل لتوزيع العمال حسب الغيابات



10. العرض البياني للبيانات الكمية المستمرة

يمكن تمثيل التوزيعات التكرارية بيانيا بعدة طرق مختلفة أهمها المدرج التكراري و المنحنى التكراري والمضلع التكراري، وسوف نقوم بعرض طرق التمثيل البياني لهذه التوزيعات بالتفصيل.

1.10. المدرج التكراري: وهو عبارة عن تمثيل الجدول التكراري بيانياً بواسطة مستطيلات تتناسب مساحتها مع التكرارات وتتناسب قواعدها مع أطوال الفئات حيث يتم تمثيل تكرارات الفئات بأعمدة رأسية متلاصقة مع بعضها البعض وذلك لأن نهاية كل فئة هي بداية الفئة التالية وبذلك تكون ارتفاعات المستطيلات متناسبة مع

التكرارات في الجداول المنتظمة التي تكون أطوال فئاتها متساوية أما الجداول غير المنتظمة أي التي تكون أطوال فئاتها غير متساوية فإنه يلزم تعديل التكرارات.[1]

– **حالة الجداول التكرارية المنتظمة**: لرسم المدرج التكراري نتبع الخطوات التالية:

1/ نرسم محورين متعامدين أحدهما المحور الافقي يمثل حدود الفئات أما المحور العمودي يمثل فيه التكرارات؛

2/ عند تدريج المحور الافقي فيقسم إلى أقسام متساوية عددها مساوي لعدد الفئات وطول كل منها يساوي طول الفئة الثابت؛

3/ فليس شرطا أن نبدأ من النقطة الصفر، بل يراعى ترك بعد المحور الأفقي هذا البعد عبارة عن طول الفئة على حساب نفس المقاس المأخوذ، وذلك قبل تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى، ويراعى ترك نفس البعد بعد الفئة الأخيرة؛

4/ عند رسم المحور الرأسي فإنه يجب تقسيمه إلى وحدات متساوية مع أخذ مقياس رسم يناسب أصغر وأكبر تكرار متاح؛

5/ يرسم المستطيلات متلاصقة، ونعتبر الحد الأعلى لأي فئة هو الحد الأدنى للفئة الموالية، كما يجب أن يكون الجدول مقفلاً حتى نهمل تمثيل الفئات المفتوحة به.

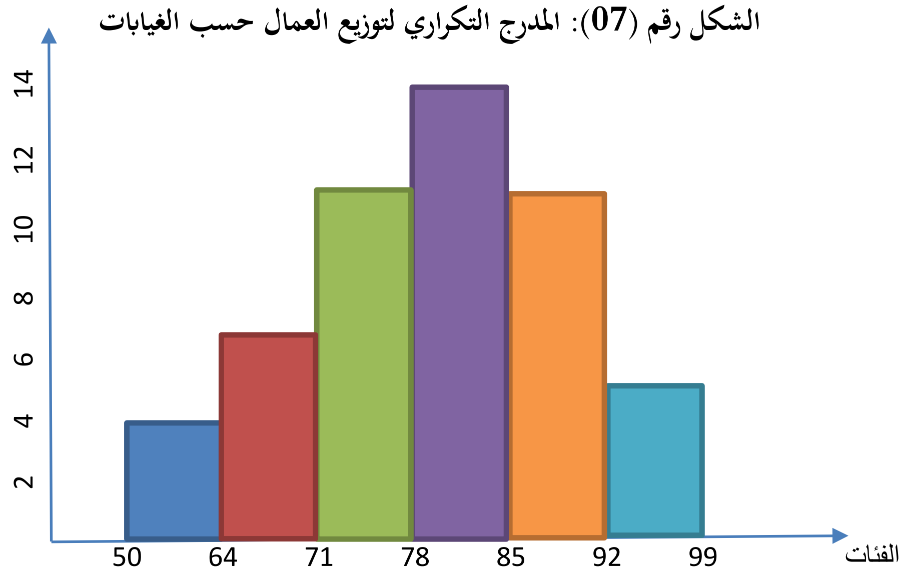
مثال 12: بالعودة إلى المثال السابق رقم 04.

الفئات	n_i	$N \uparrow$	$N \downarrow$
]57 – 50]	4	4	60
]64 – 57]	7	11	56
]71 – 64]	11	22	49
]78 – 71]	14	36	38
]85 – 78]	11	47	24
]92 – 85]	8	55	13
]99 – 92]	5	60	5
المجموع	60	ــــــ	ــــــ

المطلوب: أرسم المدرج التكراري؟

[1] – زياد سليم رمضان، **مبادئ الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي**، ط 6، دار وائل للنشر والتوزيع، الأردن، 2010، ص 84.

الشكل رقم (07): المدرج التكراري لتوزيع العمال حسب الغيابات



– **حالة الجداول التكرارية غير المنتظمة:** لرسم المدرج التكراري نتبع الخطوات التالية:

وهي الحالة التي تكون فيها أطوال الفئات غير متساوية، وبالتالي ستكون قواعد المستطيلات غير متساوية، ومن ثم لن تتناسب مساحة المستطيلات مع التكرارات الأصلية، حتى تظل مساحة المستطيلات متناسبة مع ارتفاعاتها (أي تكرارات) فندخل التعديل التالي على التوزيع التكراري الأصلي قبل الرسم لنصل إلى ما سنطلق عليه التكرار المعدل الذي سيتخذ أساساً لرسم المدرج التكراري:[1]

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{التكرار الأصلي للفئة}}{\text{طول الفئة المقابلة له}} \quad , \quad H_i = \frac{n_i}{K_i}$$

مثال (13): فيما يلي جدول التوزيع التكراري، الذي يمثل الدخول الشهري بالدينار لمجموعة من العائلات بأحد المدن:

الدخل الشهري للعائلات	الفئات	24-15	28-24	34-28	40-34	46-40	50-46
عدد العائلات	التكرارات	40	80	90	120	180	30

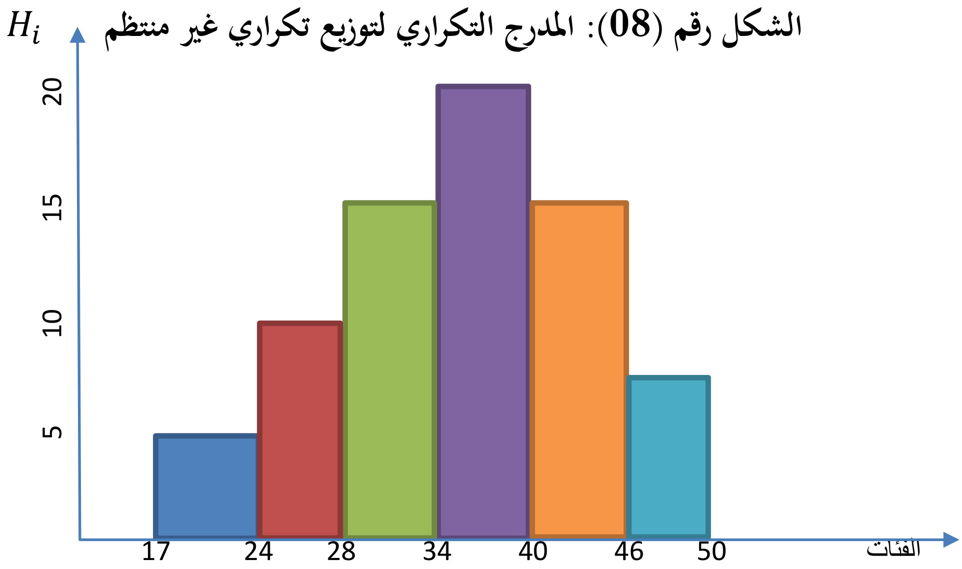
المطلوب: تمثيل البيانات في صورة مدرج تكراري؟

الحل: كما نلاحظ أن التوزيع التكراري غير منتظم لذا يجب الحصول على التكرار المعدل وفقاً لما يلي:

الدخل الشهري 10^3	الفئات	24-17	28-24	34-28	40-34	46-40	50-46
عدد العائلات	n_i	35	40	90	120	72	32
أطوال الفئات	k_i	7	4	6	6	6	4
التكرارات المعدلة	H_i	5	10	15	20	12	8

[1] - إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مرجع سابق، ص 74.

الشكل رقم (08): المدرج التكراري لتوزيع تكراري غير منتظم

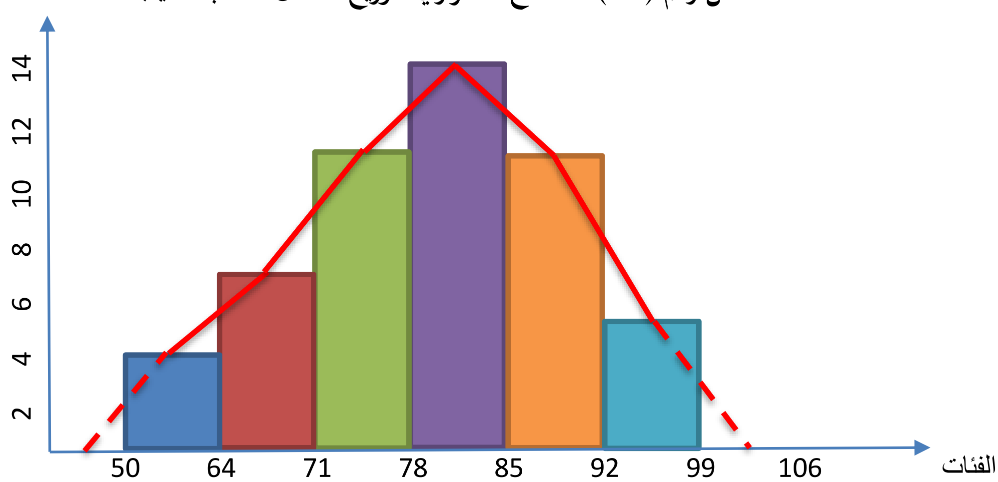


2.10. المضلع التكراري:

رغم أن المدرج التكراري يعطي فكرة عن شكل توزيع البيانات في العينة إلا أن المضلع التكراري يعتبر أسلوب أفضل لبيان شكل التوزيع، المضلع التكراري هة مضلع مغلق نحصل عليه بتنصيف الأضلاع العلوية للمستطيلات في المدرج، ثم يوصل هذه النقاط بعضها مع بعض وعادة يقفل المضلع بأن نصل بداية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة خيالية (إفتراضية) واقعة إلى يسار الفئة الأولى تكرارها صفر، ونصل نهاية المضلع بالمحور الأفقي بمركز الفئة الإفتراضية التي تقع بعد الفئة الأخيرة وتكرارها صفر، وبذلك تكون مساحة المضلع التكراري مساوي لمساحة المدرج التكراري.

كما يمكن رسم المضلع التكراري بدون رسمه فوق (مع) المدرج التكراري، وهذا من خلال مقابلة مراكز الفئات إلى تكرارات تلك الفئات، بالإضافة إلى تمديد المضلع قبل الفئة الأولى وما بعد الفئة الأخيرة، وإحداثياتها هي مراكز تلك الفئات وتكراراتها صفرية.

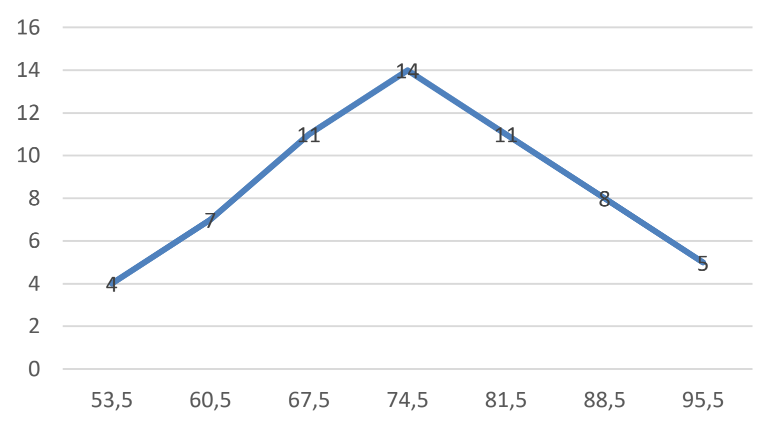
الشكل رقم (09): المضلع التكراري لتوزيع العمال حسب الغيابات



3.10. المنحنى التكراري: هو عبارة عن خط ممهد باليد بين كل أو معظم نقاط المراكز العليا للمضلع التكراري، فالمنحنى التكراري لا يختلف عن المضلع التكراري لهما نفس الإحداثيات، الإختلاف الوحيد يتم رسم المضلع بالمسطرة وتكون الخطوط بين النقاط منكسرة، على عكس المنحنى يتم التوصيل ما بين النقاط باليد.

مثال (14): بالعودة إلى المثال السابق، أقم بتمثيل المنحنى التكراري؟

الشكل (10): المنحنى التكراري لتوزيع العمال حسب الغيابات



11. المنحنى التكراري المتجمع-التراكمي

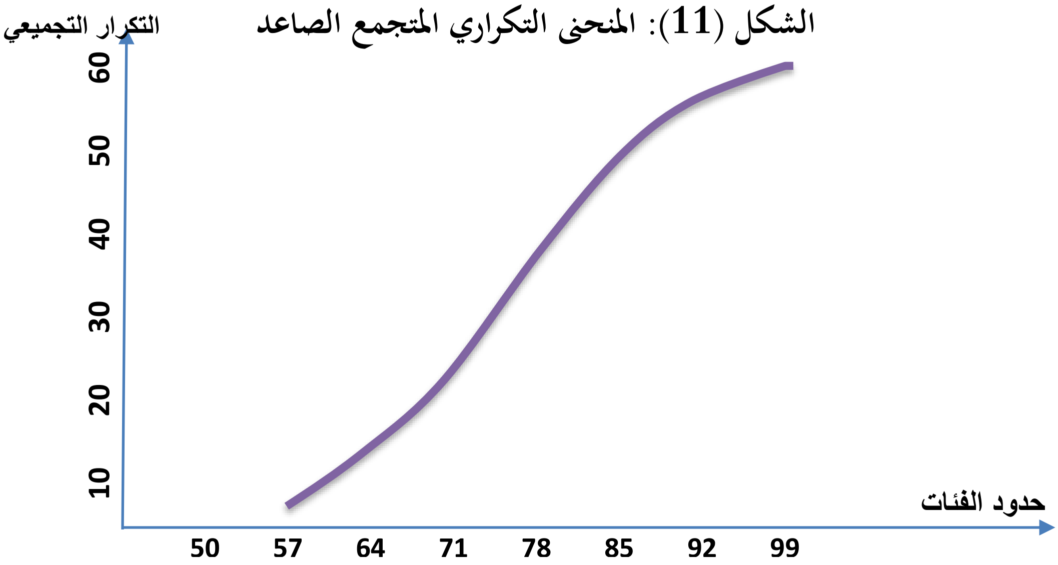
يهتم الباحثون في الكثير من الأحيان من معرفة نسبة المفردات من مجتمع الدراسة التي تكون قيمتها أقل من أو أكبر من قيمة محددة، فمثلاً نهتم بمعرفة نسبة العمال الذين يغيبون عن العمل أقل من ثلاثة غيابات في الشهر، وتستخدم لهذا الغرض التوزيعات التجميعية والتي تقسم إلى تجميعية صاعدة وتجميعية نازلة (هابطة)، والتي يمكن تمثيلها باستخدام المنحنيات المتجمعة الصاعدة والمنحنيات التجمعية النازلة.

ويتم رسمهما من خلال تخصيص المحور الأفقي في الشكل البياني لحدود الفئات سواء أكانت فئات صاعدة أو فئات هابطة، على أن يخصص المحور الرأسي (العمودي) للتكرارات المطلقة أو النسبية المتجمعة الصاعدة أو الهابطة، على أن يتم توصيل النقاط الناتجة بخط ممهد باليد، وبذلك نحصل على أي من المنحنيين المتجمعين، بحيث يمكن رسم كلا من المنحنيين منفصلين أي في معلم خاص بكل واحد منهما، أو نقوم برسمهما معاً في معلم واحد (شكل واحد)، فإن نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والنازل تمثل على المحور الرأسي نصف قيمة التوزيع التكراري، أما على المحور الأفقي تمثل قيمة الوسيط بيانياً.

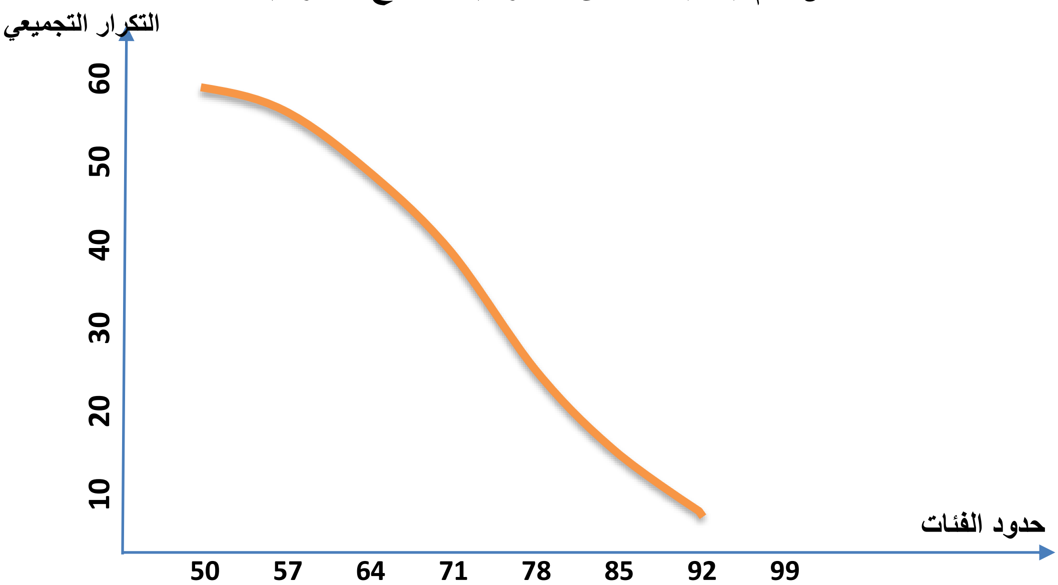
مثال 15: ليكن لديك التوزيع التكراري التالي: المطلوب: رسم المنحنى المتجمع الصاعد والنازل؟

$N\downarrow$	$N\uparrow$	n_i	الفئات
60	4	4	]57 – 50]
56	11	7	]64 – 57]
49	22	11	]71 – 64]
38	36	14	]78 – 71]
24	47	11	]85 – 78]
13	55	8	]92 – 85]
5	60	5	]99 – 92]
—	—	60	المجموع

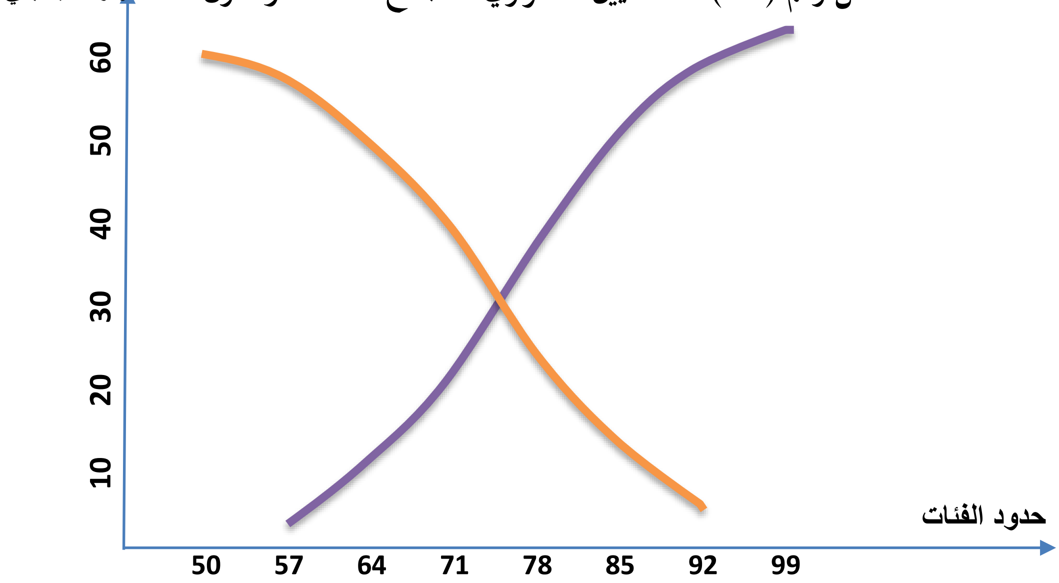
الشكل (11): المنحنى التكراري المتجمع الصاعد



الشكل رقم (12): المنحنى التكراري المتجمع التكراري النازل



الشكل رقم (13): المنحنيين التكراري المتجمع الصاعد والنازل

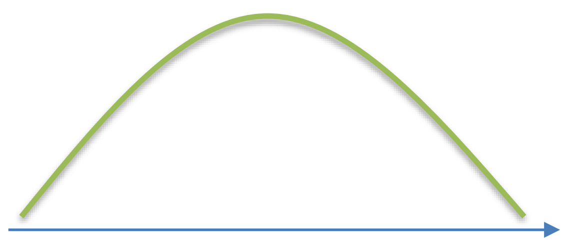


12. أنواع المنحنيات التكرارية

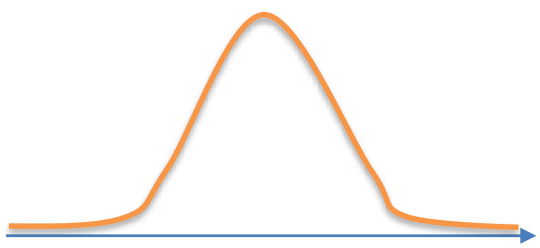
يتحدد شكل المنحنى التكراري على التوزيع التكراري إلى توزيع البيانات ومدى تقاربها وتشتتها وتوزع قيمها حول قيمها المركزية، كما قد نجد بعض التوزيعات التي لها منوال واحد أو متعددة المنوال، وهذا ما سوف نتطرق إليه في هذا الجزء:

أ. **المنحنى المتماثل**: يكون التوزيع متماثلا إذا استطعنا إقامة عمود على المحور الأفقي بحيث يقسم هذا التوزيع إلى قسمين ينطبقان على بعضهما تماماً، أي يقسم المنحنى (التوزيع) إلى جزئين كل منهما 50 بالمئة، ومن أهم هذه المنحنيات المنحنى الطبيعي أو المعتدل، ويأخذ الشكل الجرسي كما هو موضح فيما يلي:

الشكل رقم (14): المنحنى الطبيعي



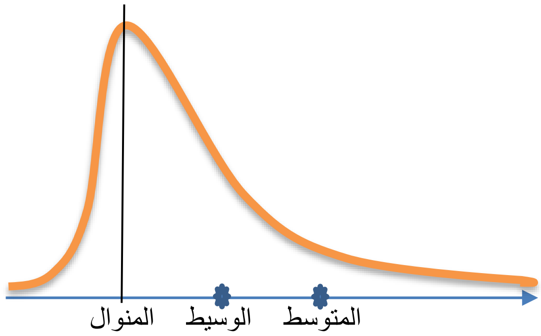
الشكل رقم (15): المنحنى التكراري



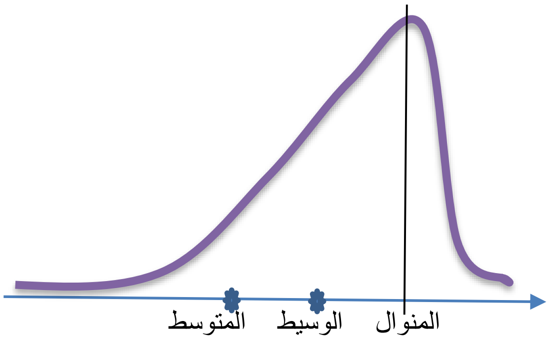
ب. المنحنيات غير المعتدلة: وهي المنحنيات غير متماثلة والملتوية، والتي لا تقسم المنحنى إلى قسمين متساويين، لذلك لا يتساوى انحدار جانبي المنحنى وقد تكون هذه المنحنيات ملتوية ناحية اليمين أي التوائها موجبا عندما يكون الطرف الأكبر للمنحنى ناحية اليمين أي يصعد بسرعة ويهبط ببطء كما بالشكل (16)، ويقال لهذه

المنحنيات أنها ملتوية ناحية اليسار أي التوائها سالبا عندما يكون الطرف الأكبر للمنحنى ناحية اليسار أي يصعد ببطء ويهبط بسرعة كما بالشكل (17).[1]

الشكل رقم (): منحنى موجب الالتواء

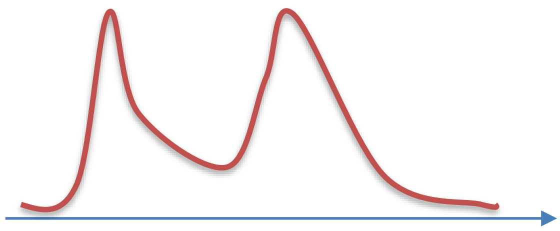


الشكل رقم (): منحنى سالب الالتواء

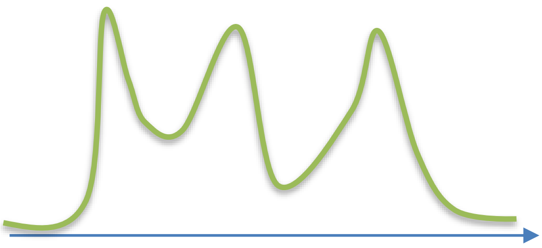


ج. منحنيات ذات قمتين أو أكثر: نجد بعض المنحنيات لديها أكثر من قمة واحدة، وهذا قد يرجع إلى عدم تجانس المجموعة التي نقوم بدراستها، وقد نجد لها أكثر من منوال واحد – منوالين أو أكثر، كما هو موضح في الشكلين التاليين:

الشكل رقم (18): المنحنى ذو قمتين



الشكل رقم (19): المنحنى ذو ثلاث قمم



[1] - نادر شعبان السواح، مرجع سابق، ص 144.

تمارين الفصل الثاني

التمرين 01: البيانات التالية تمثل تقديرات 40 طالب في مقياس الأحصاء:

جيد، مقبول، ضعيف، جيد جداً، ممتاز، جيد، ضعيف، جيد، جيد، ضعيف، جيد جداً، مقبول، مقبول، جيد جداً، ممتاز، جيد جداً، جيد، ممتاز، جيد جدا، مقبول، جيد، مقبول، ضعيف، ممتاز، جيد جداً، جيد، ممتاز، جيد جدا، مقبول، جيد، ضعيف، جيد، جيد، ضعيف، مقبول، جيد، ممتاز، مقبول، جيد، جيد جدا، ممتاز.

المطلوب: 1/ ما هي الخاصية المدروس و نوعيتها؟ 2/ ثم ضع البيانات في جدول إحصائي؟

3/ مع إعداد التكرارات النسبية والمئوية؟ 4/ ثم مثلها بيانياً عن طريق العمود الجزأ؟

التمرين 02: البيانات التالية تمثل عدد الغيابات التي تمت خلال أسبوع في احدى المؤسسات لـ 40 عامل:

3 2 4 1 4 5 6 3 2 3 1 1 2 2 4 5 2 6 3 2 1 3 5

4 2 1 2 3 6 5 1 4 1 2 3 6 4 5 3 2.

المطلوب: 1/ ماهي الخاصية المدروسة، وما نوعيتها؟ 2/ بوب البيانات السابقة؟ 3/ أحسب التكرار النسبي والمئوي؟ 4/ أحسب التكرار التجمعي الصاعد والنازل؟ 5 / مثل البيانات السابقة بتمثيل بياني مناسب؟

التمرين 03: الجدول التالي يوضح البيانات التي حصل عليها الباحث في دراسة التي قام بها حول نوع الجنس ومشاهدة البرامج التعليمية لمجموعة من الطلبة، السنة الثالثة ثانوي، كما هو في الجدول التالي:

النوع	مشاهدة البرامج	النوع	مشاهدة البرامج
ذكر	يشاهد	ذكر	لا يشاهد
ذكر	يشاهد	أنثى	لا يشاهد
أنثى	يشاهد	أنثى	لا يشاهد
أنثى	لا يشاهد	ذكر	لا يشاهد
أنثى	يشاهد	ذكر	يشاهد
ذكر	لا يشاهد	أنثى	لا يشاهد
أنثى	يشاهد	ذكر	يشاهد
ذكر	لا يشاهد	أنثى	يشاهد
أنثى	لا يشاهد	أنثى	يشاهد
ذكر	يشاهد	ذكر	لا يشاهد

المطلوب: 1/ تعيين نوع المتغيرين؟ 2/ تكوين الجدول المزدوج للعلاقة بين المتغيرين؟

3/ تمثيل البياني المناسب لهذه البيانات؟

التمرين 04: لتكن لديك البيانات التالية:

61	88	80	72	65	86	43	62	77	61
77	68	81	63	76	84	42	65	67	70
63	58	89	74	54	80	60	77	73	63
81	73	64	75	63	69	50	68	86	64
82	90	75	76	73	89	61	55	74	72
71	49	72	81	82	88	72	57	77	71

المطلوب: 1/ تفريغ هذه البيانات في جدول إحصائي إذا كانت أطوال الفئات تساوي خمسة؟

2/ باستخدام طريقة ستوريج أعد تفريغ البيانات في جدول إحصائي؟

3/ أوجد التكراري النسبي والتكرار المئوي؟

4/ أوجد التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل؟

5/ ارسم كل من المدرج التكراري و المنحنى التكراري؟

التمرين 05: البيانات التالية تمثل الأجور التي يحصل عليها 50 عامل بأحد المصانع بالألف الدينار كما يلي:

92	49	42	47	37	57	45	41	46	64	44	32
30	66	48	72	65	52	50	54	47	46	40	44
60	50	80	60	52	23	60	75	49	69	45	74
38	58	28	71	55	37	54	61	48	62	59	34
82	51	66	51	56	51	64	49	36	62	58	88

المطلوب: 1/ تبويب البيانات في جدول إحصائي؟

2/ حساب التكرارات النسبية والمئوية؟

3/ أوجد التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة؟

4/ أوجد التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية؟

5/ أوجد عدد العمال الذين أجورهم تقل تماماً عن 53 ألف دينار؟

6/ أوجد نسبة العمال الذين أجورهم محصورة ما بين $(45000 \leq x_i \leq 75000)$؟

التمرين 06: البيانات التالية تمثل أوزان 100 طفل، علماً بأن الجدول منتظم (أطوال الفئات متساوية):

الفئات	–	14–	–	–	–	المجموع
مراكز الفئات	.	16	.	.	.	ـــــ
التكرارات	n_1	6	10	14	n_5	40

المطلوب: أوجد كل من ما يلي:

1/ أكمل معلومات جدول التوزيع التكراري، مع العلم بأن $n_5 = 4n_1$ ؟

2/ تمثيل بيانات الأوزان بإستخدام المنحنى التكراري، ثم استنتج طبيعة التوزيع؟

التمرين07 : الجدول التالي يمثل مراكز الفئات والتكرارات المقابلة لها:

مركز الفئة	6	10	14	18	22	26	30	المجموع
التكرارات	10	20	30	15	10	6	4	90

المطلوب: 1/ إذا علمت أن طول الفئات ثابت أوجد حدود الفئات؟

2/ أوجد التكرارات التجمعية الصاعدة والنازلة، والتكرارات النسبية والمئوية؟

3/ تمثيل البياني عن طريق المنحنى التكراري، ثم استنتج طبيعة التوزيع؟

4/ مثل بيانات الجدول التكراري عن طريق المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل؟

التمرين 08: الجدول الموالي يبين التوزيع التكراري لعدد 300 من العمال بإحدى المؤسسات موزعه على حسب أعمارهم:

فئات العمر	25-18	32-25	39-32	46-39	53-46	60-53	المجموع
عدد العمال	35	75	90	50	35	15	300

المطلوب: 1/ التمثيل البياني: المدرج التكراري، المنحنى التكراري؟

2/ المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل في نفس المعلم؟

3/ حدد عدد العمال الذين أعمارهم تقل تماماً عن 32 سنة؟

4/ حدد نسبة العمال الذين تزيد أعمارهم عن 50 سنة؟

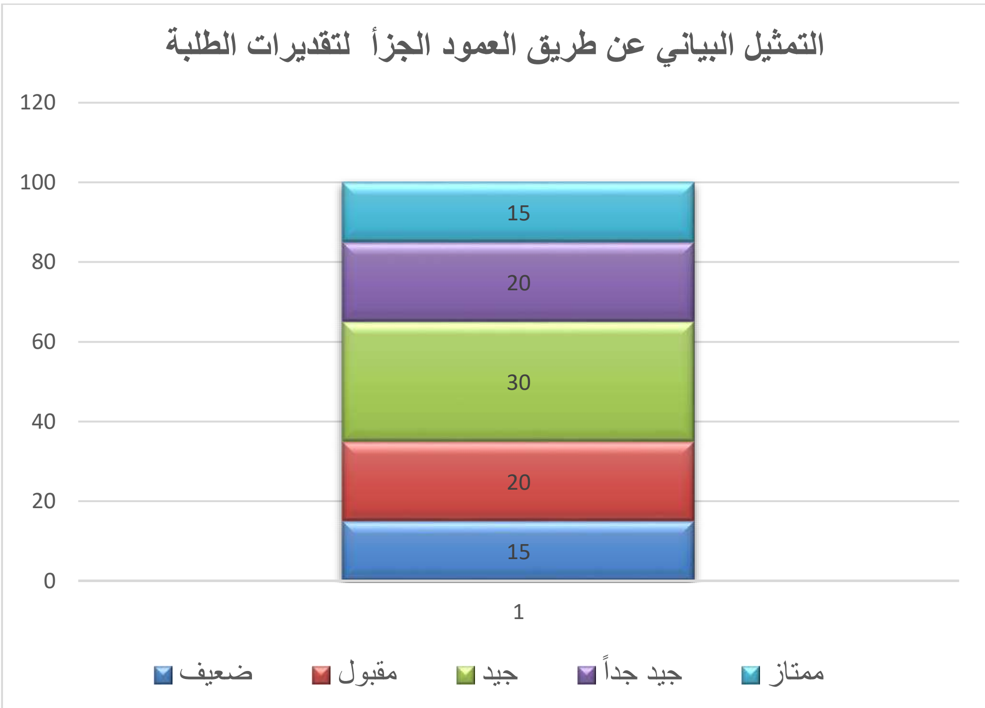
حلول تمارين الفصل الثاني

حل التمرين 1: ج 1/ الخاصية المدروسة تقديرات الطلبة، نوعيتها كيفية.

ج 2/ الجدول التكراري:

التقديرات	التكرارات N_i	التكرارات النسبية F_i	التكرارات المئوية $\%F_i$
ضعيف	6	$\frac{6}{40}=0.15$	15
مقبول	8	$\frac{8}{40}=0.2$	20
جيد	12	$\frac{12}{40}=0.3$	30
جيد جدا	8	$\frac{8}{40}=0.2$	20
ممتاز	6	$\frac{6}{40}=0.15$	15
المجموع	**40**	**1**	**100**

ج 4/ – التمثيل البياني للعمود المجزأ:

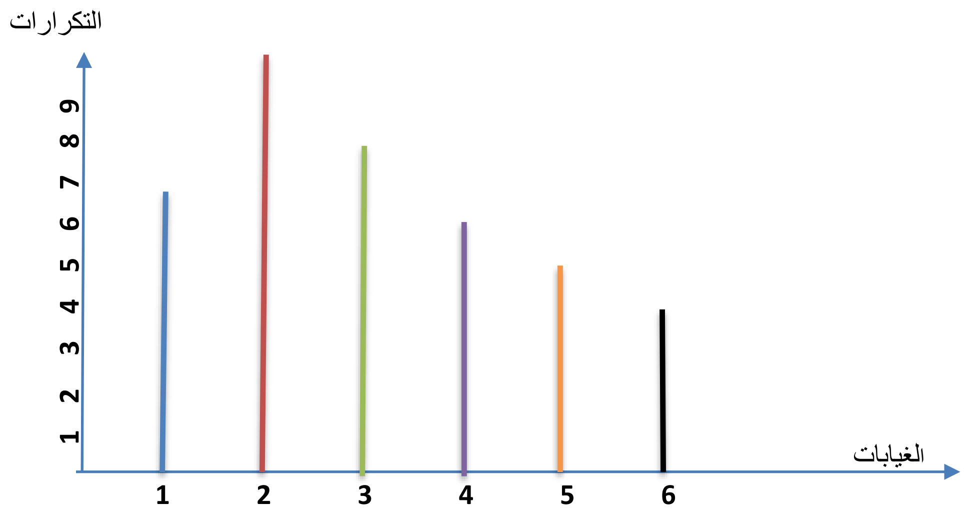


حل التمرين 02: الخاصية المدروسة هي غيابات العمال، نوعيتها كمي منفصل.

تبويب البيانات في جدول تكراري

عدد الغيابات	N_i	F_i	$\%F_i$	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النازل
1	7	0.175	17.5	7	40
2	10	0.25	25	17	33
3	8	0.20	20	25	23
4	6	0.15	15	31	15
5	5	0.125	12.5	36	9
6	4	0.10	10	40	4
المجموع	**40**	**1**	**100**	—	—

التمثيل البياني المناسب: الأعمدة البسيطة:



حل التمرين 04: ج 1/ تفريغ البيانات في جدول إحصائي حالة طول الفئة يساوي 5:

الفئات	N_i	F_i	$\%F_i$
42 – 47	2	0.0333	3.33
47 – 52	2	0.0333	3.33
52 – 57	2	0.0333	3.33
57 – 62	6	0.1	10
62 – 67	9	0.15	15
67 – 72	7	0.1167	11.67
72 – 77	13	0.2167	21.67

82 – 77	9	0.15	15
87 – 82	5	0.0833	8.33
92 – 87	5	0.0833	8.33
المجموع	60	1	100

ج 2/ حالة استخدام طريق ستورج:

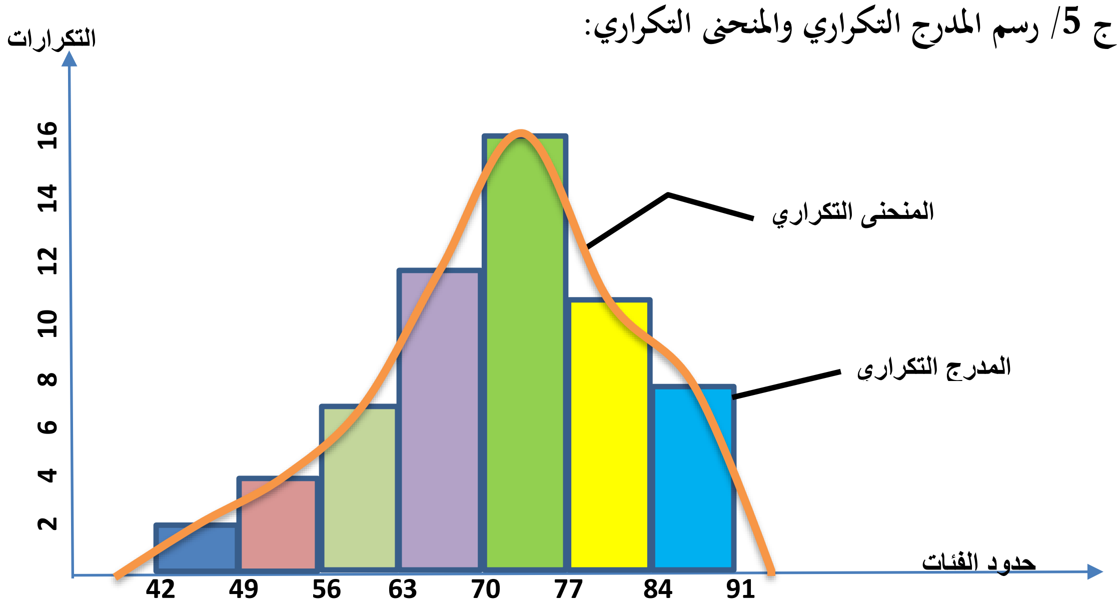
حساب المدى العام: $R = x_{max} - x_{min} = 90 - 42 = 48$

حساب عدد الفئات: $\mathrm{L} = 1 + 3.322\log n = 1 + 3.322\log 60 = 6{,}9 = 7$

طول الفئة: $K = \frac{R}{L} = \frac{48}{7} = 6{,}86 \cong\ 7$

الفئات	التكرارات	$N\uparrow$	$N\downarrow$	F_i	$F_i\,\%$
]49 – 42]	2	2	60	0.0333	3.33
]56 – 49]	4	6	58	0.0667	6.67
]63 – 56]	7	13	54	0.1167	11.67
]70 – 63]	12	25	47	0.2	20
]77 – 70]	16	41	35	0.2667	26.67
]84 – 77]	11	52	19	0.1833	18.33
]91 – 84]	8	60	8	0.1333	13.33
المجموع	60	—	—	1	100

ج 5/ رسم المدرج التكراري والمنحنى التكراري:



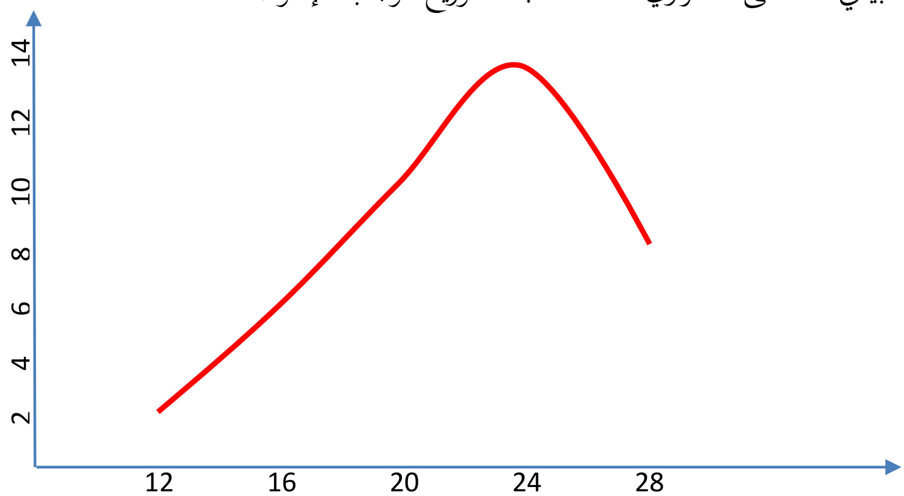
التمرين 06: ج 1/ أكمل الجدول التكراري:

الفئات	14-10	18-14	22-18	26-22	30-26	المجموع
مراكز الفئات	12	16	20	24	28	
التكرارات	2	6	10	14	8	40

$$\text{مركز الفئة} = \text{بداية الفئة} + \frac{1}{2}\text{طول الفئة}$$

$$\frac{1}{2}\text{طول الفئة} + 14 = 16 \quad \Rightarrow K = 4$$

2/ التمثيل البياني: المنحنى التكراري، نلاحظ بأن التوزيع موجب الإلتواء.



الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية الموضعية

1 – تمهيد
2- الوسط الحسابي
3- الوسيط
4- المنوال
5- الوسط الهندسي
6- الوسط التوافقي
7- الوسط الربيعي
8- العلاقة بين الوسط الحسابي و الوسيط والمتوال
9- الربيعيات
10- العشيريات
11- المئينات

1. تمهيد

إن أسلوب تبويب البيانات وعرضها على شكل رسومات بيانية وجداول إحصائية ليس وحده كافي لإعطاء صورة و وصفية دقيقة حول الظاهرة أو المشكلة قيد الدراسة، فقد تختلف الخصائص من تمثيل بياني إلى أخر لنفس الظاهرة، أو قد تتشابه و تتطابق التمثيلات البيانية خاصة عند المقارنات بين مجموعتين أو أكثر، وعليه من الأفضل اللجوء إلى طرق القياس الكمي، أي البحث عن قيم عددية ذات مدلولات إحصائية يستطيع الباحث من خلالها إجراء المقارنة الإحصائية الازمة، وتعتبر مقاييس النزعة المركزية من أهم المقاييس المستخدمة لوصف البيانات إذ تعطي صورة دقيقة عن خصائص التوزيع للبيانات.

يشير مفهوم مقاييس النزعة المركزية إلى ميل البيانات للتمركز حول قيمة ممثلة أو نموذجية في التوزيع، وتستخدم مقاييس النزعة المركزية لغايات المقارنة بين مجموعتين من البيانات و لوصف توزيع المشاهدات، وتساعد هذه المقاييس في فهم وتفسير سلوك الظواهر،[1] وسميت هذه المؤشرات بمقاييس النزعة المركزية كونها تتمركز وسط قيم المجموعة أو التوزيع إذا ما رُتبت هذه القيم تصاعدياً أو تنازلياً، ويطلق عليها أحياناً على مقاييس النزعة المركزية بالمتوسطات كونها تميل للتوسط منتصف قيم المجموعة أو التوزيع التكراري، وتستخدم بشكل واسع في موضوع الاستدلال الإحصائي لأهميتها، إذ يتم من خلالها تقدير قيم عددية لبعض مؤشرات المجتمع الإحصائي تحت الدراسة التي غالباً ما تكون مجهولة،[2] وهنالك عدة أنواع للقيمة المتوسطة ومن أهمها:

1- الوسط الحسابي (المتوسط الحسابي)؛

2- الوسط الحسابي المرجح (الموزون)؛

3- الوسيط؛

4- المنوال؛

5- الوسط الهندسي؛

6- الوسط التوافقي؛

7- الوسط التربيعي.

[1] سالم عيسى بدر و عماد غصاب عبابنة، **مبادئ الإحصاء الوصفي و الإستدلالي**، دار المسيرة، الأردن، 2007، ص 55.

[2] – حسن ياسين طعمة و إيمان حسين حنوش، مرجع سابق، ص ص 96-97.

2. الوسط الحسابي: يُعد الوسط الحسابي من أهم مقاييس النزعة المركزية وأكثرها شيوعاً وإستخداماً في وصف البيانات أو التوزيعات التكرارية المتجانسة، إذ يستخدم عادة في الكثير من المقارنات بين الظواهر المختلفة، كما يتميز بالعديد من الخصائص تجعلهُ يقف في مقدمة مقاييس النزعة المركزية، ويسمى أحياناً بالمتوسط الحسابي، ويرمز له إختصاراً بالرمز $(\bar{X})$ ويقرأ $(X - bar)$.

سوف نعرض في هذا الجزء عدة أنواع من المتوسطات التي يمكن حسابها و إيجاد قيمها، حيث أن هناك أسباب معينة خاصة بكل متوسط والتي على أساسها يعتبر ممثلا للقيم التي حسب لها وسوف ندرس هذه الأسباب عندما نأتي إلى مناقشة كل متوسط على حدة.

الوسط الحسابي في حالة البيانات غير المبوبة: إذا كانت لدينا المشاهدات (القيم) التالية:

$x_1, x_2, x_3 \dots \dots \dots x_n$ ، بحيث ليس من الضروري أن تكون هذه القيم كلها مختلفة، ونحصل عليه من مجموع القيم أو الدرجات وقسمة هذا المجموع على عدد الحالات، وعليه فإن:[1]

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \cdots \dots \dots \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_1^n x_i}{n}$$

حيث أن $\bar{X}$ هو الوسط الحسابي، x_i هي قيم المفردات ، n عدد المفردات

مثال 01: أوجد المتوسط الحسابي للقيم التالية: 4 ، 6 ، 7، 8، 6، 3، 9

الحل:
$$\boldsymbol{\bar{X} = \frac{4+6+7+8+6+3+9}{7} = \frac{43}{7} = 6.143}$$

مثال: أوجد المتوسط الحسابي للقيم التالية: 5 ، 8، -3، 4 ، 7 ، 9، 0 ، 2 ، 5، 8

الحل:
$$\boldsymbol{\bar{X} = \frac{5+8+(-3)+4+7+9+0+2+5+8}{10} = \frac{45}{10} = 4.5}$$

الوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة: يمكن إيجاد الوسط الحسابي للبيانات المبوبة سواء كان التوزيع التكراري للمتغير الكمي المنفصل أو للمتغير الكمي المستمر، وهذا بإستخدام إحدى الطرق الأتية:

الوسط الحسابي للمتغير الكمي المنفصل:

أ. **الطريقة المباشرة:** إذا كانت لدينا القيم التالية: $x_1, x_2, x_3 \dots \dots \dots x_n$ تمثل قيم الظاهرة المراد دراستها، وكانت $n_1, n_2, n_3, \dots n_k$ تمثل التكرارات المقابلة لها، في هذه الحالة تعطى الصيغة القانونية لحساب المتوسط الحسابي كما يلي:

$$\boldsymbol{\bar{X} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + \cdots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}}$$

[1] – ثروت محمد عبدالمنعم، **مدخل حديث للإحصاء والاحتمالات**، ط 1، مكتبة العبيكان، الرياض، 2004، ص 106.

مثال 02: إذا كانت العلامات التي تحصل عليها أحد الطلبة في السنة الأولى هي: 10 ، 12، 15، 9، 16، 18، 10، 13، وتنص التعليمات على معاملات (الأوزان) هذا المقاييس هي على الترتيب: 2 ، 1، 1، 3، 2، 2، 4، 3، فإن الوسط الحسابي لعلامات الطالب هي:

$$\bar{X} = \frac{10(2)+12(1)+15(1)+9(3)+16(2)+18(2)+10(4)+13(3)}{2+1+1+3+2+2+4+3}$$
$$= \frac{221}{18} = 12.277$$

مثال 03: إذا كان توزيع 40 عامل حسب عدد الغيابات (متغير كمي منفصل) كما هو موضح في الجدول التالي:

عدد الغيابات للعمال(X_i)	عدد التكرارات(n_i)	$X_i.n_i$
2	1	2
3	4	12
4	9	36
5	16	80
6	10	60
المجموع	40	190

فإن متوسط عدد الغيابات هو:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i.n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{190}{40} = 4.75 \approx 5$$ متوسط غيابات

ب. طريقة الوسط الفرضي (الطريقة المختصرة):

ليكن لدينا المشاهدات $x_1, x_2, x_3 \dots\dots.. x_n$ والتكرارات المقابلة هي $n_1, n_2, n_3 \dots n_n$ فإن الوسط الحسابي يحسب بطريقة الوسط الفرضي بالصيغة القانونية التالية:[1]

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum d_i.n_i}{\sum n_i}$$

[1] - محمد حسين محمد رشيد و منى عطاالله الشويلات،مرجع سابق، ص 96.

خطوات الحل:

1/ اختيار قيمة الوسط الفرضي، حيث X_0: هي القيمة الافتراضية، ويفضل أن تكون ذات أكبر تكرار لكي نجعل الحسابات أسهل؛

2/ حساب الانحرافات $d_i = x_i - X_0$؛

3/ ضرب الانحرافات بالتكرارات المقابلة لها $d_i.n_i$.

4/ إيجاد مجموع حاصل الضرب $\sum d_i . n_i$.

بالعودة إلى المثال أعلاه: بإفتراض القيمة الفرضية تساوي أربعة نجد:

عدد الغيابات للعمال (X_i)	عدد التكرارات (n_i)	$d_i = x_i - X_0$	$d_i.n_i$
2	*1*	2-	2-
3	*4*	1-	4-
4	*9*	0	0
5	*16*	1+	16+
6	*10*	2+	20+
المجموع	40	—	30+

وعليه يكون المتوسط الحسابي كما يلي:

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum d_i.n_i}{\sum n_i} = 4 + \frac{+30}{40} = 4 + 0.75 = 4.75 \approx 5$$ عدد الغيابات

الوسط الحسابي للمتغير الكمي المستمر:

أ– الطريقة المباشرة: ليكن لدينا جدول التوزيع التكراري مراكز فئاته هي: $x_1 , x_2 , x_3 , \dots . x_i$ والتكرارات المقابلة لها هي $n_1, n_2, n_3, \dots n_i$ فإن الوسط الحسابي $\bar{X}$ يعرف كما يلي:[1]

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع حواصل ضرب مراكز الفئات بالتكرارات المقابلة}}{\text{مجموع التكرارات}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i.n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

خطوات حسابه:

1/ إيجاد مراكز الفئات x_i؛

2/ ضرب مركز كل فئة في التكرار المقابل لها $\boldsymbol{d_i.n_i}$؛

[1] - محمد حسين محمد رشيد، مرجع سابق، ص ص 71-72.

3/ إيجاد مجموع حواصل الضرب في الخطوة الثانية $\sum \boldsymbol{x_i \,.\, n_i}$؛

4/ تطبيق الصيغة القانونية.

مثال 04: أحسب المتوسط الحسابي للبيانات الموضحة في الجدول التوزيع التكراري التالية:

الفئات	التكرارات $\boldsymbol{n_i}$	مراكز الفئات $\boldsymbol{x_i}$	$\boldsymbol{x_i . n_i}$
25-20	8	22.5	180
30-25	12	27.5	330
35-30	16	32.5	520
40-35	12	37.5	450
45-40	8	42.5	340
المجموع	56	ـــــــ	1820

$$\boldsymbol{\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{1820}{56} = 32.5}$$

ب- **طريقة الوسط الفرضي (الطريقة المختصرة)**: بإفتراض لدينا التوزيع التكراري ما، و إن مراكز الفئات هي $x_1 , x_2 , x_3 , \dots . x_i$، والتكرارات المناظرة لهذه المراكز هي: $n_1, n_2, n_3, \dots n_i$، عندئذ يمكن إيجاد الوسط الحسابي $\bar{X}$ بموجب طريقة الوسط الفرضي، وفقاً للخطوات الآتية:[1]

1/ إيجاد مراكز الفئات x_i؛

2/ إختيار الوسط الفرضي من بين مراكز الفئات x_i وليكن X_0 ويفضل إختيار المركز الذي يقابل أكبر تكرار في الجدول؛

3/ إيجاد إنحرافات مراكز الفئات $\boldsymbol{x_i}$ عن الوسط الفرضي X_0، أي $(d_i = x_i - X_0)$؛

4/ إيجاد حاصل ضرب الانحرافات في التكرارات المناظرة لها $(\sum d_i . n_i)$.

5/ تطبيق الصيغة المختصرة الآتية:

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum d_i . n_i}{\sum n_i}$$

مثال 05: بالعودة إلى المثال السابق، أوجد الوسط الحسابي إذا علمت بأن القيمة الفرضية هي $x_0 = 32$.

ثم نقوم بإنشاءالعمود الخاص بالفروقات $d_i = x_i - X_0 = x_i - 32$:

[1] - حسن ياسين طعمة و إيمان حسين حنوش، مرجع سابق، ص ص 104-105.

ثم بعد نبحث عن مجموع حاصل الضرب التكرارات في الفروقات، كما هو مبين في الجدول الآتي:

الفئات	التكرارات n_i	مراكز الفئات x_i	$d_i = x_i - 32$	$d_i.n_i$
25-20	8	22.5	-9.5	-76
30-25	12	27.5	-4.5	-54
35-30	16	32.5	+0.5	+8
40-35	12	37.5	+5.5	+66
45-40	8	42.5	+10.5	+84
المجموع	56	———	———	**+28**

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum d_i.n_i}{\sum n_i} = 32 + \frac{28}{56} = 32 + 0.5 = 32.5$$

خصائص المتوسط الحسابي: يتمتع الوسط الحسابي بمجموعة من الخواص، نذكر منها الآتي:

1. المجموع الجبري لانحرافات قيم مجموعة عن الوسط الحسابي يساوي الصفر، أي أن:

لبيانات غير المبوبة: $\sum_{i=1}^{n} x_i - \bar{X} = 0$ ، أما للبيانات المبوبة $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})n_i = 0$

مثال (بيانات غير مبوبة): أوجد المتوسط الحسابي للبيانات التالية: 6، 8، 4، 10، 12

$$\bar{X} = \frac{6+8+4+10+12}{5} = 8$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i - \bar{X} = 0 \quad \Rightarrow \sum\{(6-8)+(8-8)+(4-8)+(10-8)+(12-8)\} = \sum(-2+0-4+2+4) = 0$$

مثال 06:حالة البيانات المبوبة: بالعودة إلى المثال السابق، ونتحقق من الخاصية $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})n_i = 0$.

الفئات	التكرارات n_i	مراكز الفئات x_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X}).n_i$
25-20	8	22.5	10-	80-
30-25	12	27.5	5-	60-
35-30	16	32.5	0	0
40-35	12	37.5	5+	60+
45-40	8	42.5	10+	80+
المجموع	56	———	———	**00**

2. مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي (يؤول إلى نهاية صغرى)، أي يكون دائما أقل من مجموع مربعات انحرافات القيم عن أي قيمة أخرى، فإذا كان لدينا مجموعة من القيم $x_1 , x_2 , x_3 , \dots . x_i$ فإن:[1]

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{X})^2 = \text{نهاية صغرى}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{X})^2 < \sum_{i=1}^{n}(x_i-A)^2 \ , \qquad \forall \bar{X} \neq A \ , \text{البيانات غير المبوبة}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{X})^2 n_i < \sum_{i=1}^{n}(x_i-A)^2 n_i \ , \qquad \forall \bar{X} \neq A \ , \text{البيانات المبوبة}$$

مثال 07: (حالة البيانات غير المبوبة فقط): إذا كانت لدينا البيانات التالية: 6، 8، 4، 10، 12 فإن المتوسط الحسابي هو 8.

مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي هو:

$$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{X})^2 = \sum\{(6-8)^2+(8-8)^2+(4-8)^2+(10-8)^2+(12-8)^2\}$$
$$= \sum(4+0+16+4+16) = 40$$

مجموع مربعات انحرافات القيم عن 7 مثلا:

$$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{X})^2 = \sum\{(6-7)^2+(8-7)^2+(4-7)^2+(10-7)^2+(12-7)^2\}$$
$$= \sum(1+1+19+9+25) = 55$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-8)^2 = 40 < \sum_{i=1}^{n}(x_i-7)^2 = 55 \quad \text{الخاصية محققة}$$

3. لا تتغير قيمة الوسط الحسابي إذا ضربنا جميع التكرارات بقيمة ثابتة صحيحة أو كسرية:[2]

$$\boldsymbol{\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i.(n_i \, . \alpha)}{\sum_{i=1}^{k}(n_i \, . \alpha)} = \frac{\alpha \, . \sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\alpha \, . \sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}} \ , \boldsymbol{\alpha} \text{ عدد حقيقي}$$

[1] – شفيق العتوم، مرجع سابق، ص 116. و: محمد راتول، **الإحصاء الوصفي**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006، ص 98.
[2] – مطانيوس مخول، مرجع سابق، ص 58.

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{k} x_i.\left(n_i.\frac{1}{\alpha}\right)}{\sum_{i=1}^{k}\left(n_i.\frac{1}{\alpha}\right)}=\frac{\frac{1}{\alpha}.\sum_{i=1}^{k} x_i.n_i}{\frac{1}{\alpha}.\sum_{i=1}^{k} n_i}=\frac{\sum_{i=1}^{k} x_i.n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}\ ,\ \alpha \text{ عدد حقيقي}$$

4. عند إضافة قيمة ثابتة ولتكن A إلى جميع القيم البيانات التي لدينا $x_1, x_2, x_3....x_n$ ، فإن المتوسط الحسابي لهذي البيانات الجديدة هو متوسط الحسابي للقيم الأصلية مضاف إليها A، أي:

$$\bar{Y}=\bar{X}+A$$

نفس الشيء في حالة طرح قيمة ثابتة من كل القيم الأصلية، وعليه نحصل على المتوسط الحسابي الجديد:

$$\bar{Y}=\bar{X}-A$$

مثال 08: (حالة البيانات غير المبوبة فقط): إذا كانت لدينا البيانات التالية: 6، 8، 4، 10، 12 فإن المتوسط الحسابي هو 8، مع العلم بأن A=2.

$$\bar{Y}=\frac{(6+2)+(8+2)+(4+2)+(10+2)+(12+2)}{5}=10$$

$$=8+2=8+A=10 \quad \Rightarrow A=2$$

$$\bar{Y}=\frac{(6-2)+(8-2)+(4-2)+(10-2)+(12-2)}{5}=6$$

$$=8-2=8-A=6 \quad \Rightarrow A=2$$

5. إذا كان لدينا مجموعتان من القيم الأولى 6، 8، 10، والثانية هي: 4، 9، 3، 8، فإن متوسط المجموعة الأولى هو 8 أما متوسط الحسابي للمجموعة الثانية هو 6، أما الوسط الحسابي للمجموعتين معا $\bar{X}$ هو:

$$\bar{X}=\frac{(6+8+10)+(4+9+3+8)}{7}=\frac{48}{7}=6.857$$

ويمكن الحصول عليه كما يلي:

$$\bar{x}=\frac{(8).(3)+(6).(4)}{7}=\frac{48}{7}=6.857$$

كما يمكن أن نسرد بعض الخواص الأخرى للمتوسط الحسابي:

- لا يمكن حسابه أو إيجاده بالطريقة البيانية؛
- عدم إمكانية حسابه للبيانات النوعية (كيفية/الوصفية)؛
- عدم إمكانية حسابه عندما تكون إحدى فئات الجدول التكراري مفتوحة، لذا نكون عند حالتين: هما:

إما أن يفترض بشكل تحكمي قيمة أوساط الفئات المفتوحة، أو أن تهمل الفئات المفتوحة من الحساب، أو يمكن حسابه بإستخدام العلاقة التقريبية بين المنوال و الوسيط والوسط الحسابي.

– لا يمكن أن يكون أكثر من وسط حسابي لأي توزيع تكراري، ولا يمكن أن يكون قيم مشاهدة إلا نادرا؛
– يأخذ الوسط الحسابي في الاعتبار جميع البيانات، كما يتأثر بالقيم المتطرفة أو الحدية؛
– كما يمكن حسابه للتوزيعات التكرارية التي تختلف فيها أطول الفئات دون الحاجة إلى تعديل في الأطوال؛
– يستعمل كضابط أو معيار تقارن به المفردات الأخرى في التوزيع، أو كمعيار للحكم على كافة مفردات التوزيع، ويكون للوسط الحسابي قيمة تمثيلية عندما يكون التوزيع التكراري لبيانات الظاهرة المدروسة متماثلاً، لا يعاني من أي التواء.

3. الوسيط $Median$: هو القيمة التي تقسم مجموعة مرتبة من البيانات إلى نصفين، وبالتالي نصف البيانات يكون أقل من أويساوي الوسيط ونصف أخر يساوي الوسيط أو أكبر منه،[1] فالوسيط هو نقطة التوسط في أي توزيع بحيث يصبح عدد القيم التي تعلوه مساوياً لعدد القيم التي تقع دونه، ويرمز له بالرمز (M_e).

الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة:يعتمد حساب الوسيط على عدد المفردات وليس قيمتها لذلك هنالك حالتين هما:

حالة البيانات الفردية: وهنا نتبع الخطوات التالية:

1/ ترتيب المشاهدات (القيم) ترتيباً أو تنازلياً؛

2/ نبحث عن رتبة الوسيط $\frac{n+1}{2}$ فالرتبة تعني الرقم الذي يقع في مرتبها هو القيمة الوسيطية.

مثال: لتكن لدينا القيم التالية: 8، 5، 9، 10، 7، 6، 11

أولاً ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً: 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11 ، ثم نبحث عن رتبة الوسيط، نلاحظ بأن عدد المفردات (القيم/المشاهدات) هي فردية $(n = 7)$وعليه رتبة الوسيط هي: $\frac{7+1}{2} = 4$ المرتبة الرابعة.

إذن الوسيط هو $M_e = 8$:

حالة البيانات الزوجية: وهنا نتبع الخطوات التالية:

1/ ترتيب المشاهدات (القيم) ترتيباً أو تنازلياً؛

2/ نبحث عن رتبة الوسيط الأول M_{e_1} $\left(\frac{n}{2}\right)$ ثم نبحث عن رتبة الوسيط الثاني M_{e_2} $\left(\frac{n}{2}+1\right)$

ثم نحصل على الوسيط كما يلي: $M_e = \frac{m_{e_1}+m_{e_2}}{2}$

مثال 09: لتكن لدينا القيم التالية: 8، 5، 9، 10، 7، 6، 11،12

[1] – جورج كانافوس و دون ميلر، **الإحصاء للتجاريين مدخل حديث**، دار المريخ، الرياض، 2004، ص 87.

أولاً ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً: 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11 12، نلاحظ بأن عدد القيم زوجي وعليه نبحث عن الوسيطين ثم نقسم على 2.

رتبة الوسيط الأول $4 = \frac{8}{2}$ المرتبة الرابعة تقابل الوسيط الأول 8، رتبة الوسيط الثاني $\mathbf{5} = \mathbf{1} + \frac{8}{2}$ المرتبة الخامسة تقابل الوسيط الثاني و هو 9.

$$M_e = \frac{8+9}{2} = 8.5$$

في حالة البيانات المتكررة (الكمي المنفصل): بافتراض لدينا توزيع تكراري خاص بمتغير العشوائي منفصل، عدد فئاته (i) وأن تكراراته هي $n_1, n_2, n_3, \dots n_i$ المناظرة لفئات التوزيع عندئذ يمكن حساب الوسيط (M_e) لهذا النوع من المتغيرات بموجب طريقة (التكرار المتجمع الصاعد)، وفقاً للخطوات الآتية:[1]

1/ تكوين جدول توزيع التكراري مجتمع صاعد $(n_i \uparrow)$،

2/ إيجاد ترتيب الوسيط (رتبة الوسيط) وفقاً للصيغة التالية: $\left(\frac{\sum n_i}{2}\right)$؛

3/ ثم نبحث في العمود التكراري المتجمع الصاعد عن القيمة التي تكرارها المتجمع الصاعد تساوي القيمة $\left(\frac{\sum n_i}{2}\right)$ وعندئذ تلك القيمة تقابلها القيمة الوسيطية (M_e)، أما في حالة لم نجد تلك القيمة نأخذ القيمة الأعلى منها في التكرارات الصاعدة، وعندئذ تلك القيمة التي تقابلها في القيمة الوسيطية في العمود (x_i).

مثال 10: أوجد الوسيط للبيانات التالية:

عدد الغيابات للعمال(X_i)	عدد التكرارات(n_i)	$n_i \uparrow$
2	*1*	*1*
3	*4*	*5*
4	*9*	*14*
5	*16*	*30*
6	*10*	*40*
المجموع	40	—

رتبة الوسيط هي $\left(\frac{\sum n_i}{2}\right) = \frac{40}{2} = 20$ القيمة عشرين غير موجودة في التكرارات المتجمعة الصاعدة، لذا نأخذ القيمة الأعلى منها و هي 30 و التي تقابل القيمة الوسيطية $(5 = M_e)$.

[1] - حسن ياسين طعمه و إيمان حسين حنوش، مرجع سابق، ص 133.

في حالة البيانات المتكررة (الكمي المستمر–المتصل): ولحساب الوسيط في حالة المتغير الكمي المستمر نتبع الخطوات التالية:

1/ إيجاد العمود الخاص بالتكرارات المتجمعة الصاعدة $(n_i \uparrow)$؛

2/ نقوم بتحديد الرتبة الوسيطية وهذا من خلال $\left(\frac{\sum n_i}{2}\right)$؛

3/ ثم نحدد الفئة الوسيطية بناءً على رتبة الوسيط في التكرار المتجمع الصاعد والذي يساوي $\left(\frac{\sum n_i}{2}\right)$ أو يزيد عنها في حالة عدم وجود تلك القيمة؛

4/ نحدد الوسيط بالصيغة القانونية التالية:

$$M_e = A + \frac{\frac{\sum n_i}{2} - N_{n-1} \uparrow}{N_{M_e}} . K$$

حيث:

A: يمثل الحد الأدنى للفئة الوسيطية؛

$\frac{\sum n_i}{2}$: رتبة الوسيط (التي على أساسها نحدد الفئة الوسيطية)؛

$N_{n-1} \uparrow$: التكرار المتجمع الصاعد قبل الفئة الوسيطية؛

N_{M_e}: تكرار الفئة الوسيطية؛

K: طول الفئة الوسيطية.

مثال 11: ليكن لدينا جدول التوزيع التكراري التالية: المطلوب أوجد الوسيط؟

الفئات	التكرارات n_i	مراكز الفئات x_i	$n_i \uparrow$
25-20	8	22.5	8
30-25	12	27.5	**20**
35-30	**16**	32.5	36
40-35	12	37.5	48
45-40	8	42.5	56
المجموع	56	——	——

تحديد الفئة الوسيطية: $28 = \left(\frac{\sum n_i}{2}\right) = \frac{56}{2}$ وعليه فإن القيمة 28 غير موجودة نأخذ القيمة الموالية لها مباشرة و هي 36، وبذلك تكون الفئة الوسيطية هي: $30 - 35$. الحد الأدنى للفئة هو $A = 30$ ، طول الفئة هو $K = 5$ ، أما التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية هو $N_{n-1} \uparrow = 20$

$$M_e = A + \frac{\frac{\sum n_i}{2} - N_{n-1}\uparrow}{N_{M_e}}.K = 30 + \frac{28 - 20}{16}.5 = 32.5$$

ملاحظة: كما يمكن إيجاد الوسيط بيانياً و هذا من خلال رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد و المنحنى المتجمع النازل، بحيث تمثل نقطة التقاطع بين المنحنى الصاعد والنازل على محور العمودي (العينات) رتبة الوسيط $\left(\frac{\sum n_i}{2}\right)$ أما على المحور الأفقي (السينات) نتحصل على القيمة الوسيطية.

خصائص الوسيط: يتميز الوسيط بجملة من الخصائص والتي يختلف فيها عن الوسط الحسابي والمنوال، وهي:

1/ يوجد الوسيط قيمة واحدة فقط، كما لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة؛ وسهل حسابه نوعاً ما؛

2/ يقسم المدرج التكراري إلى مساحتين متساويتين؛

3/ لا يمكن حسابه في حالة البيانات النوعية (المتغير الكيفي)؛

4/ يمكن حسابه للتوزيعات التي تختلف فيها أطوال الفئات دون الحاجة إلى تعديل في هذه الأطوال؛

5/ كما لا يدخل في حسابه جميع القيم إذ يعتمد على قيمة واحدة أو قيمتين في المجموعة كلها طبقا لعدد البيانات إذا كانت زوجية أو فردية؛

6/ يستخدم في حالة الفئات المفتوحة؛

7/ يستعمل الوسيط في عدة مجالات نكر منها: الأجور، الأسعار، دراسة الوافيات...الخ؛

8/ مجموع الانحرافات المطلقة لقيم المتغير الإحصائي عن الوسيط أو تساوي مجموع الانحرافات المطلقة عن أي قيمة أخرى يالقيمة المطلقة:

$$\sum |x_i - M_e| \leq \sum |x_i - K|$$

4. المنوال $(\boldsymbol{M_o})$:

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الاكثر انتشاراً أو الأكثر تكراراً بين القيم، و بمعنى آخر هي القيمة الشائعة، وهذا هو الأساس الذي بناء عليه يعتبر المنوال وسطاً ممثلاً للقيم حسب لأجلها، إلا أن هذه القيمة قد لا توجد وحتى عند وجودها قد لا تكون قيمة ذات دلالة فعلية.[1] يُعد المنوال من بين مقاييس النزعة المركزية الأكثر

[1] عبدالعزيز فهمي هيكل، **مبادئ الأساليب الإحصائية**، المركز الدولي لتعليم الاحصاء، بيروت، ط 1، 1966، ص 243.

إستخداماً في وصف البيانات والتوزيعات التكرارية التي تحتوي على قيم متكررة بغض النظر عن إحتوائها على قيم شاذة أو متطرفة من عدمها، كونه لا يتأثر هو الآخر بالقيم الشاذة.

المنوال في البيانات غير المبوبة: لنفترض لدينا مجموعة من البيانات (x_i) فالمنوال هو القيمة الأكثر تكراراً من بين قيم لـ (x_i)، يمكن توضيح كيفيو إيجاد المنوال للقيم المفردة بالأمثلة التالية:

المجموعة الأولى: 0 1 2 3 4 2 8 5 2 6 المنوال لهذه السلسلة هو $M_o = 2$

المجموعة الثانية: 0 1 2 3 4 9 8 5 7 6 السلسلة ليس لها منوال

المجموعة الثالثة: 5 6 2 3 5 6 7 9 2 0 1 السلسلة ثلاثية المنوال $M_o = \{2، 5 ، 6\}$

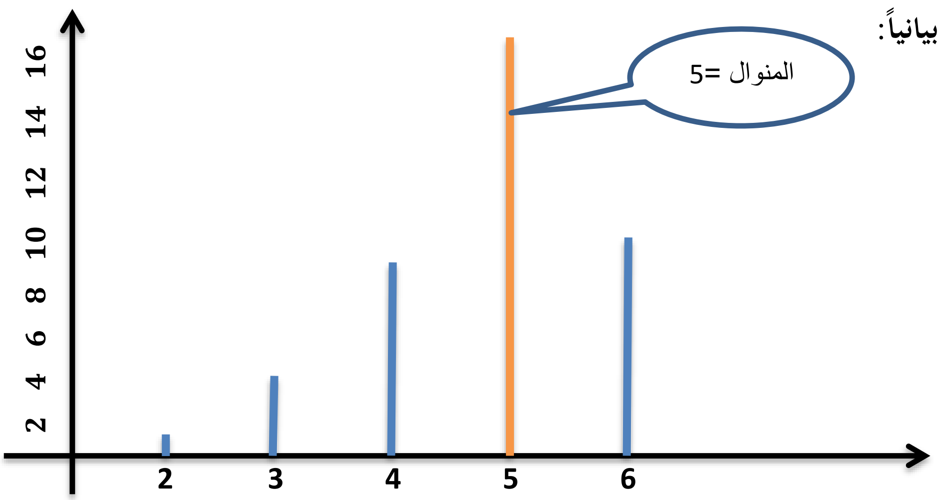
المنوال في البيانات المبوبة في جداول تكرارية (متغير كمي منفصل): أما في حالة المتغير الكمي المنفصل فإن المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً، وعليه فإن القيمة المنوالية تقالبها التكرارات الأكثر تكرراً أو العدد الكبر، وعليه نقول أن هذه هي القيمة المنوالية، ولتوضيح ذلك نرجع إلى المثال السابق:

المثال 12: أوجد المنوال لتوزيع التكراري التالي:

عدد الغيابات للعمال (X_i)	عدد التكرارات (n_i)
2	*1*
3	*4*
4	*9*
5	***16***
6	*10*
المجموع	40

وعليه فإن المنوال هو $M_O = 5$ أي خمسة غيابات للعامل (لأنها تقابل أكبر تكرار 16).

المنوال بيانياً:



المنوال في حالة البيانات المبوبة (المتغير الكمي المستمر): ليكن لدينا الجدول التكراري و مراكز فئاته هي $x_1, x_2, x_3, \dots x_i$، والتكرارات المناظرة لهذه المراكز هي: $n_1, n_2, n_3, \dots n_i$، وعليه فإن المنوال وفقاً للمتغير الكمي المستمر يتعين حسب الطرق التالية:

1/ تحديد المنوال وفقاً لطريقة الفروق لبيرسون: نبدأ بتحديد الفئة المنوالية التي تقابل أكبر تكرار، ثم نطبق القانون التالي:[1]

$$M_O = \mathrm{A} + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K$$

حيث:

A: يمثل الحد الأدنى للفئة المنوالية؛

d_1= تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة التي تسبق الفئة المنوالية؛

d_2=تكرار الفئة المنوالية –تكرار الفئة اللاحقة للفئة المنوالية (التي تأتي بعدها)؛

k: طول الفئة المنوالية.

مثال 13: أوجد المنوال لتكوزيع التكراري التالي:

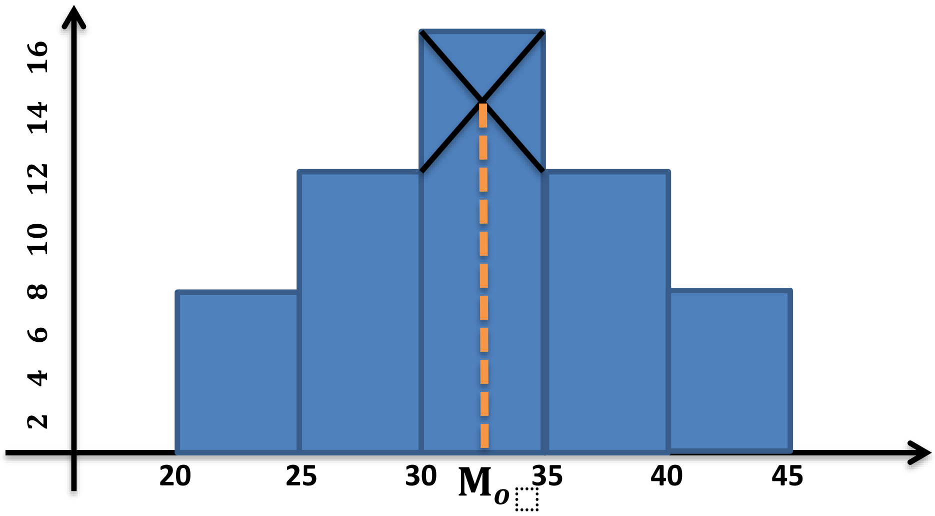
الفئات	التكرارات n_i	
25-20	8	
30-25	12	
35-30	**16**	أكبر تكرار 16
40-35	12	
45-40	8	
المجموع	56	

الفيئة المنوالية هي 30–35، مباشرة نطبق في الصيغة القانونية السابقة:

$$M_O = \mathrm{A} + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K = 30 + \frac{(16-12)}{(16-12)+(16-12)}.5 = 30 + \frac{4}{4+4}5 = 32.5$$

[1] - مهدي محمد القصاص، **مبادئ الإحصاء والقياس الاجتماعي**، كلية الآداب جامعة المنصورة، مصر، 2007، ص 178.

المنوال بيانياً:



الخواص العامة للمنوال: هناك عدة خواص للمنوال من أهمها:[1]

1/ لا يتأثر بالقيم المتطرفة (الشاذة) التي قد توجد بين قيم المجموعة؛

2/ يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة؛

3/ ليس له معنى إذا كانت التكرارات قليلة؛

4/ يعتبر من أحسن المتوسطات في وصف البيانات النوعية؛

5/ يمكن إيجاده من الرسم البياني (المدرج التكراري)؛

6/ يتأثر المنوال بتغيير أطوال الفئات مما يقلل من أهميته ومن استخدامه وفي حالة المنحنيات التكرارية التي لهانهاية صغرى والمنحنيات ذات الفرع الواحد يصبح المنوال قيمة طرفية لا معنى لها؛

7/ يعتبر المنوال المقياس الوحيد الذي يمكن استخدامه لإيجاد متوسط الظواهر التي لا يمكن قياسها كمياً (مثل الصفات) حيث يمكن اعتبار الصفة الأكثر شيوعاً هي منوال المجموعة.

5. الوسط الهندسي: هو نوع خاص من المتوسطات يستخدم في دراسة الظواهر التي تميل إلى التغير بنسبة ثابتة كما في دراسة تزايد السكان أو النمو الجسمي أو العقلي للأطفال؛ معدلات النمو الاقتصادي؛ الأرقام القياسية؛ معدل زيادة الأجور؛ نسبة زيادة الصادرات أو الواردات، فقد لوحظ أن التغير في مثل هذه الحالات يحدث بنسب تكاد تكون ثابتة، أي عندما تكون نسبة الزيادة ما بين البيانات المتتالية ثابتة أو شبة ثابتة نستخدم المتوسط الهندسي.

[1] - أمجد إبراهيم الشحادة و علي ابراهيم سعد و محمد رياض علي، **الإحصاء والإحتمالات في التطبيقات الهندسية**، دار الفجر للنشر والتوزيع، القاهرة، 2005، ص 121.

الوسط الهندسي لمجموعة من القيم الموجبة عددها (n) هو الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم، ويرمز له بالرمز $(\bar{G})$، ويعطى بالشكل الآتي.[1]

$$\bar{G} = \sqrt[n]{x_1.x_2.x_3\dots x_n} = (x_1.x_2.x_3\dots .x_n)^{\frac{1}{n}}$$

ومنه ينتج :

$$\log\bar{G} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log x_i$$

أما إذا كانت البيانات مبوبة وكانت: $(x_1, x_2, x_3 \dots . x_n)$ هي مراكز فئاته الموجبة وكانت تكراراتها: $(n_1\ , n_2, n_3 \dots n_i)$ فإن:[2]

$$\bar{G} = \sqrt[\sum n_i]{x_1^{n_1}.x_2^{n_2}.x_3^{n_3}\dots x_i^{n_i}}$$

ومنه ينتج :

$$\log\bar{G} = \frac{1}{\sum n_i}\sum_{1}^{i} n_i.\log x_i$$

مثال 14: أوجد الوسط الهندسي للقيم التالية: 2، 4، 6، 8، 10

$$\bar{G} = \sqrt[5]{2.4.6.8.10} = (2.4.6.8.10)^{\frac{1}{5}} = 3840^{0.2} = 5.21$$

بالطريقة الثانية:

x_i	2	4	6	8	10	المجموع
$\log x_i$	0.301	0.602	0.778	0.903	1	3.584

$$\log\bar{G} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log x_i = \frac{1}{5}.(3.584) = 0.7168 \Rightarrow \bar{G} = 10^{0.7168} = 5.21$$

[1] - مبارك أسبر ديب، **مبادئ في الاحتمالات والإحصاء**، جامعة تشرين، كلية العلوم، قسم الرياضيات، سوريا، 2009، ص 48.

[2] - W.J. DeCoursey, **Statistics and Probability for Engineering Applications**, Newnes publications, USA, 2003, p 43.

مثال 15: أوجد المتوسط الهندسي في حالة المتغير الكمي المنفصل.

عدد الغيابات للعمال (X_i)	عدد التكرارات (n_i)	$\log x_i$	$n_i.\log x_i$
2	*1*	0.30103	0.30103
3	*4*	0.47712	1.90848
4	*9*	0.60206	5.41854
5	*16*	0.69897	11.18352
6	*10*	0.77815	7.78151
المجموع	40	___	26.59208

$$\log \bar{G} = \frac{1}{\sum n_i}\sum_{1}^{i} n_i.\log x_i = \frac{1}{40}\,.(26.59208) = 0.664827$$

$$\log \bar{G} = 0.664827 \qquad \Rightarrow \ \bar{G} = 10^{0.664827} = 4.622$$

مثال 16: أوجد المتوسط الهندسي في حالة المتغير الكمي المستمر.

1/ نعين مراكز الفئات؛ 2/ نوجد قيم لوغاريتمات مراكز الفئات؛ 3/ نضرب لوغاريتم مركز كل فئة في تكرار هذه الفئة، 4/ نجمع حاصل الضرب فنحصل على:

$$\sum_{1}^{i} \boldsymbol{n_i.\log x_i}$$

الفئات	التكرارات n_i	مراكز الفئات x_i	$\log x_i$	$n_i.\log x_i$
25-20	8	22.5	1.35218	10.81746
30-25	12	27.5	1.43933	17.27199
35-30	16	32.5	1.51188	24.19013
40-35	12	37.5	1.57403	18.88837
45-40	8	42.5	1.62839	13.02711
المجموع	56	____	___	84.19506

$$\log \bar{G} = \frac{1}{\sum n_i}\sum_{1}^{i} n_i.\log x_i = \frac{1}{56}\,.(84.19506) = 1.50348321$$

$$\log \bar{G} = 1.50348321 \qquad \Rightarrow \ \bar{G} = 10^{1.50348321} = 31.877$$

خواص المتوسط الهندسي: يتصف المتوسط الهندسي ببعض الخواص أهمها:[1]

- يدخل في حسابه جميع القيم المعطاة، ولكنه أقل تأثيرا بالقيم المتطرفة من المتوسط الحسابي؛
- مجموع انحرافات لوغاريتمات مجموعة من القيم عن لوغاريتم الوسط الهندسي يساوي صفراً؛
- معرف بطريقة جبرية معقدة تصعب من قابليته للمعالجة الجبرية؛
- يعطي وزنا أقل للقيم الكبيرة و أكبر للقيم الصغيرة؛

بالإضافة إلى بعض الخصائص التالية:

- لا يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوح؛
- ليس له معنى إذا كانت إحدى القيم سالبة أو صفرية؛
- يستخدم بأكثر واقعية عند وصف الظواهر النسبية؛
- قيمة المتوسط الهندسي لأي ظاهرة أصغر دائماً من قيمة المتوسط الحسابي $(\bar{G} < \bar{X})$؛

6. المتوسط التوافقي: يستخدم الوسط التوافقي عندما يكون مقلوب المتغير له دلالة كأن يعين نسبة بين متغيرين مرتبطين مثل السرعة والزمن، ويرمز له بالرمز (H)،[2] فالوسط التوافقي لمجموعة من القيم $(x_1, x_2, x_3 \dots . x_n)$ هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم.

حالة البيانات غير المبوبة: في حالة البيانات غير المبوبة يحسب الوسط التوافقي بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}}}$$

مثال 17: أحسب الوسط التوافقي للقيم التالية: 2، 5، 6، 7، 8، 9

x_i	2	5	6	7	8	9	المجموع
$\frac{1}{x_i}$	0.5	0.2	0.16667	0.14286	0.125	0.11111	1.24567

$$\boldsymbol{=4.8168 H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{6}{1.24564}}$$

حالة البيانات المبوبة: إذا كان لدينا عدد (n) من الفئات ذات المراكز $(x_1, x_2, x_3 \dots . x_n)$ ولها التكرارات التالية $(n_1\ , n_2, n_3 \dots n_i)$ فإن الوسط التوافقي يحسب بالعلاقة التالية:

[1] – شفيق العتوم، مرجع سابق، ص 122.

[2] – أماني موسى محمد، **التحليل الإحصائي للبيانات**، مركز تطوير الدراسات العليا والبحوث في العلوم الهندسية، جامعة القاهرة، 2007، ص 40.

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{n_1}{x_1}}$$

اولاً نبحث عن مراكز الفئات ثم نحسب مقلوباتها من الجدول الخاص بذلك، ثم نضرب كل مقلوب في تكرار الفئة ثم نجمع حواصل الضرب ثم نقسم مجموع التكرارات على الناتج تكون النتيجة هي الوسط التوافقي كما هو مبين في المثال التالي:

مثال 18: أوجد الوسط التوافقي لتوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرارات n_i	مراكز الفئات x_i	$\frac{1}{x_i}$	$n_i.\left(\frac{1}{x_i}\right)$
25-20	8	22.5	0.44444	0.35555
30-25	12	27.5	0.03636	0.43636
35-30	16	32.5	0.03077	0.4923
40-35	12	37.5	0.02667	0.32
45-40	8	42.5	0.02353	0.18823
المجموع	56	ـــــ	ـــــ	1.79244

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{n_1}{x_1}} = \frac{56}{1.79244} = 31.2423$$

خواص الوسط التوافقي: هناك عدة خواص عامة للوسط التوافقي من أهمها:

- يتأثر بالقيم المتطرفة حاله كحال المتوسط الحسابي؛
- لا يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة مثل المتوسط الحسابي؛
- قابل للعمليات الجبرية؛ وليس له معنى في حالة وجود أحد قيمه صفرية؛
- يستخدم في وصف تغيرات الظواهر النسبية؛
- دائما تكون قيمة المتوسط التوافقي أقل من الوسط الهندسي و الحسابي $(H < G < \bar{X})$.

7. الوسط التربيعي: يعرف الوسط التربيعي بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مربعات قيم المتغير العشوائي، وبناءا على هذا التعريف فإن قيمة هذا الوسط تكون دائما موجبة، ويمكن حسابه للبيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة، ويستخدم غالبا في الفيزياء و الإلكترونيات.

حالة البيانات غير المبوبة: إذا كانت لدينا البيانات (القيم) التالية: $(x_1, x_2, x_3 \dots . x_n)$

فإن وسطها التربيعي يحسب بالطريقة التالية:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}$$

مثال 19: أوجد الوسط التربيعي للقيم التالية: 2، 3، 6، 8، 9

x_i	2	3	6	8	9	المجموع
x_i^2	4	9	36	64	81	194

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{194}{5}} = \sqrt{38.8} = 6.23$$

حالة البيانات المبوبة: إذا كان لدينا عدد (n) من الفئات ذات المراكز $(x_1, x_2, x_3 \dots . x_n)$ ولها التكرارات التالية $(n_1\ , n_2, n_3 \dots n_i)$ فإن الوسط التربيعي لها يحسب بالعلاقة التالية:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \,.\, x_i^2}{n_i}}$$

مثال 20: أوجد المتوسط التربيعي للبيانات التالية (حالة المتغير الكمي المستمر):

الفئات	التكرارات n_i	مراكز الفئات x_i	x_i^2	$n_i \,.\, x_i^2$
25-20	8	22.5	506.25	4050
30-25	12	27.5	756.25	9075
35-30	16	32.5	1056.25	16900
40-35	12	37.5	1406.25	16875
45-40	8	42.5	1806.25	14450
المجموع	56	____	____	61350

$$Q=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \,.\, x_i^2}{n_i}}=\sqrt{\frac{61350}{56}}=\sqrt{1095.53571}=33.0988 \approx 33.1$$

خواص الوسط التربيعي: يتميز الوسط التربيعي بجملة من الخصائص ذكرها على النحو التالي:[1]

- يستخدم في حسابه جميع قيم التوزيع أو البيانات المتاحة؛
- معرف بصيغة صعبة من حيث المعالجة الجبرية؛
- يستخدم في حساب متوسط مجموعة القيم إذا كانت تحتوي على بعض القيم السالبة وكانت الإشارة السالبة ليست ذات أهمية؛
- يستخدم في المجالات الفيزيائية.

ملاحظة: عند استخدام كل من المقاييس التالية: المتوسط الحسابي و الهندسي و المتوسط التوافقي والتربيعي لإي توزيع سوف نجد هذه المقاييس تحقق العلاقة التالية: $Q \geq \bar{X} \geq G \geq H$

بالعودة إلى المثال السابق نجد : $33.1 \geq 32.5 \geq 31.877 \geq 31.24$

8. العلاقة بين الوسط الحسابي والمنوال و الوسيط

لقد تعرضنا سابقاً إلى أنواع المنحنيات والتي منها منحنيات متماثلة والغير المتماثلة، وهي تأخذ أحد أشكال الانحناءات بالنظر إلى طبيعة التوزيعات التكرارية، بحيث في التوزيعات المتماثلة نجد أن كل من المتوسطات السابقة متساوية القيمة، أما في حالة التوزيع القريب من التماثل (أي ملتوياً لكن إلتواء بسيط)، فإنه يكون هناك صيغة تقريبية للعلاقة بين قيم المتوسطات الثلاثة حددها كارل بيرسون كما يلي:

$$\bar{X}-M_O=3(\bar{X}-M_E)$$

وتستخدم هذه العلاقة لإيجاد المنوال في الحالات التي لا يكون فيها هذا المقياس معرفاً بوضوح مثل التوزيعات التكرارية انائية القمة.

مقاييس الموضع

تعد مقاييس الموقع من المؤشرات الإحصائية التي تستخدم في وصف البيانات، وهي تشبه من حيث الفكرة مقياس الوسيط، وتسمى أحياناً بالمقاييس التجزيئية كونها تقسم التوزيع إلى عدد من الأجزاء المتساوية من حيث عدد القيم، وتمنحنا صورة عن مدى تقارب هذه القيم أو تباعدها عن بعضها البعض، وهي الربيعيات والعشيريات والمئينيات.

[1] - شفيق العتوم، مرجع سابق، ص 130.

9. الربيعيات $\boldsymbol{Quartiles}$: الربيع هو المقياس الذي يقسم المساحة تحت المضلع التكراري للتوزيع ما إلى أربعة أجزاء متساوية، لذا هنالك ثلاثة ربيعات هي الربيع الأول (الربيع الأدنى)، الربيع الثاني (الربيع الأوسط) و هو الوسيط، والربيع الثالث (الربيع الأعلى)، وسنرمز للربيعيات بالرمز (Q_i) حيث $(i = 1, 2\ , 3)$، وبناءاً على ذلك يتضح بأن (محمد حسين محمد رشيد، 2012، ص 135):

الربيع الأول $(\boldsymbol{Q_1})$: هو القيمة التي يسبقها $\left(\frac{1}{4}\right)$ أي 25 بالمئة من البيانات ويليها $\left(\frac{3}{4}\right)$ أي 75 بالمئة من البيانات، والقيمة التي تقابلها تمثل كذلك المئين رقم 25 أي أن $(P_{25} = Q_1)$

بينما الربيع الثاني $(\boldsymbol{Q_2})$: هو القيمة التي يسبقها $\left(\frac{1}{2}\right)$ أي 50 بالمئة من البيانات ويليها $\left(\frac{1}{2}\right)$ أي 50 بالمئة من البيانات، والقيمة التي تقابلها تمثل كذلك المئين رقم 50 والعشيري الخامس وهو الوسيط أي أن

$$(M_e = D_5 = P_{50} = Q_1)$$

أما الربيع الثالث $(\boldsymbol{Q_3})$: هو القيمة التي يسبقها $\left(\frac{3}{4}\right)$ أي 75 بالمئة من البيانات ويليها $\left(\frac{1}{4}\right)$ أي 25 بالمئة من البيانات، والقيمة التي تقابلها تمثل كذلك المئين رقم 75 أي أن $(P_{75} = Q_1)$

حسطاب الربيعيات: تقترب طريقة حساب الربيعيات من طريقة حساب الوسيط، وهنا يجب أن نميز حالتان: لما تكون البيانات غير مبوبة والبيانات مبوبة.

حالة البيانات غير مبوبة: إذا كانت لدينا البيانات (القيم) التالية: $(x_1, x_2, x_3 \ldots . x_n)$

فإن حساب ربيعيات (Q_i) حيث $(i = 1, 2\ , 3)$ يتم وفق الطريقة التالية:

أولاً: نقوم بإجراء ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً؛

ثانيا: نحدد رتبة الربيعي (Q_i) حيث $(i = 1, 2\ , 3)$ بتطبيق العلاقة التالية $\mathrm{R} = \left(\frac{i\,(n+1)}{4}\right)$؛

ثالثاً: إذا كانت القيمة R عددا صحيحاً فإن قيمة الربيع هو الذي يقابل رتبتها أي: $(Q_i = X_R)$ وهذا مهما كان عدد القيم (n) فردي أو زوجي (أي تستخرج مباشرة من القيم المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً)؛

أما إذا كانت القيمة R عددا كسري فإن قيمة الربيع هو الذي يقابل رتبتها يقع في المدى

$$X_e < Q_i < X_K$$

ومن ثم يحسب بالمعادلة التالية:

$$Q_i = X_e + (R - e)(X_K - X_e)$$

وهذا مهما كان عدد القيم (n) فردي أو زوجي.

مثال 01: فيما يلي علامات عشرة طلبة في مادة الإحصاء لأحد أفواج قسم علوم التسيير:

5، 9، 15، 18، 10، 8، 12، 16، 11، 14

المطلوب: أحسب الربيعيات Q_1 ، Q_2 ، Q_3؟ (عدد القيم زوجي)

ترتيب القيم تصاعدياً	5	8	9	10	11	12	14	15	16	18
المرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
رتبة الربيعي		2.75			5.5			8.25		

حساب الربيع الأول Q_1:

رتبة الربيع الأول هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (10+1)\left(\frac{1}{4}\right) = 2.75$

يقع الربيع الأول بين القيمتين: $X_e < Q_1 < X_k \quad \Rightarrow 8 < Q_1 < 9$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 2 \quad , R = 2.75 \quad , \quad X_e = 8 , \quad X_k = 9$

$$\boldsymbol{Q_1} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 8 + 0.75(9-8) = \mathbf{8.75}$$

حساب الربيع الثاني Q_2:

رتبة الربيع الثاني هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (10+1)\left(\frac{2}{4}\right) = 5.5$

يقع الربيع الثاني بين القيمتين: $X_e < Q_2 < X_k \quad \Rightarrow 11 < Q_2 < 12$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 5 \quad , R = 5.5 \quad , \quad X_e = 11 , \quad X_k = 12$

$$\boldsymbol{Q_2} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 11 + 0.5(12-11) = \mathbf{11.5}$$

حساب الربيع الثالث Q_3:

رتبة الربيع الثالث هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (10+1)\left(\frac{3}{4}\right) = 8.25$

يقع الربيع الثالث بين القيمتين: $X_e < Q_3 < X_k \quad \Rightarrow 15 < Q_3 < 16$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 8 \quad , R = 8.25 \quad , \quad X_e = 15 , \quad X_k = 16$

$$\boldsymbol{Q_3} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 15 + 0.25(16-15) = \mathbf{15.25}$$

مثال 02: فيما يلي علامات خمسة عشرة طالب في مادة الإقتصاد لأحد أفواج قسم علوم التسيير:

5، 18، 15، 17، 10، 8، 19،12، 20، 16، 11، 7،4، 19، 14

المطلوب: أحسب الربيعيات Q_1 ، Q_2 ، Q_3؟ (عدد القيم هو عدد فردي)

ترتيب القيم تصاعدياً	4	5	7	**8**	10	11	12	**14**	15	16	17	**18**	19	19	20
المرتبة	1	2	3	**4**	5	6	7	**8**	9	10	11	**12**	13	14	15
رتبة الربيعي				**4**				**8**				**12**			

حساب الربيع الأول Q_1:

رتبة الربيع الأول هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (15+1)\left(\frac{1}{4}\right) = 4$

فإن الربيع الأول يقابل القيمة:

$$\boldsymbol{Q_1} = 8$$

حساب الربيع الثاني Q_2:

رتبة الربيع الثاني هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (15+1)\left(\frac{2}{4}\right) = 8$

فإن الربيع الثاني يقابل القيمة:

$$\boldsymbol{Q_2 = 14}$$

حساب الربيع الثالث Q_3:

رتبة الربيع الثالث هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (15+1)\left(\frac{3}{4}\right) = 12$

يقع الربيع الثالث يقابل:

$$\boldsymbol{Q_3 = 18}$$

حالة البيانات المبوبة (متغير كمي منفصل): أما في حالة المتغير الكمي المنفصل فإن الربيعيات تحسب بالطريقة التالية:

أولاً: نقوم بإجراء ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً؛

ثانيا: نحدد رتبة الربيعي (Q_i) حيث $(i = 1, 2, 3)$ بتطبيق العلاقة التالية $\mathrm{R} = \left(\frac{i\sum N}{4}\right)$؛

ثالثاً: ثم نبحث عن قيمة الربيعي المقابل لرتبته من العمود الخاص بالتكرارات التجمعية الصاعدة، فإذا كانت رتبة الربيعي موجودة ضمن العمود الخاص بالتكرارات الصاعدة فإن قيمة الربيعي هي القيمة المقابلة لذلك التكرار، أما إذا كانت رتبة الربيعي ضمن العمود الخاص بالتكرارات الصاعدة غير موجودة فإن قيمة الربيعي هي القيمة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الأعلى مباشرة من رتبة الربيعي.

مثال 03: تمثل البيانات التالية عدد غيابات العمل باحدى المؤسسات.

عدد الغيابات للعمال (X_i)	عدد التكرارات (n_i)	التكرار المتجمع الصاعد
2	3	3
3	7	10
4	10	20
5	14	34
6	6	40
المجموع	40	———

المطلوب: أحسب الربيعيات Q_1، Q_2، Q_3؟

الحل: نقوم بالبحث عن التكرار المتجمع الصاعد، ثم نقوم بحساب الربيعيات كما يلي:

حساب الربيع الأول Q_1:

رتبة الربيع الأول هي: $R = \left(\frac{\sum N}{4}\right) = \frac{1.40}{4} = 10$

من الجدول أعلاه نلاحظ أن قيمة رتبة الربيع الأول موجودة ضمن عمود التكراري التجميعي الصاعد، وعليه فإن الربيع الأول يقابل القيمة 10، وهي $Q_1 = 3$.

حساب الربيع الثاني Q_2:

رتبة الربيع الثاني هي: $R = \left(\frac{\sum N}{4}\right) = \frac{2.40}{4} = 20$

من الجدول أعلاه نلاحظ أن قيمة رتبة الربيع الثاني موجودة ضمن عمود التكراري التجميعي الصاعد، وعليه فإن الربيع الثاني يقابل القيمة 20، وهو $Q_2 = 4$.

حساب الربيع الثالث Q_3:

رتبة الربيع الثالث هي: $R = \left(\frac{\sum N}{4}\right) = \frac{3.40}{4} = 30$

من الجدول أعلاه نلاحظ أن قيمة رتبة الربيع الثالث غير موجودة ضمن عمود التكراري التجميعي الصاعد، وعليه نأخذ القيمة الأعلى منها مباشرة وهي 34، وبذلك الربيع الثالث يقابل القيمة 34، وهو $Q_3 = 5$.

حالة البيانات المبوبة (متغير كمي متصل): أما في حالة المتغير الكمي المتصل فإن الربيعيات تحسب بالطريقة التالية:

أولاً: نقوم بإجراء ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً؛

ثانيا: نحدد رتبة الربيعي Q_i حيث $(i = 1, 2, 3)$ بتطبيق العلاقة التالية $\mathrm{R} = \left(\frac{i \sum N}{4}\right)$؛

ثالثاً: ثم نطبق العلاقة التالية:

$$Q_i = \mathrm{A} + \frac{\frac{i.\sum N}{4} - N_{n-1}}{N_{Q_i}} . K$$

حيث أن:

Q_i: هي قيمة الربيعي الأول، الثاني، الثالث $(i = 1, 2, 3)$ ؛

A : تمثل الحد الأدنى للفئة الربيعية الأولى؛

$\frac{i.\sum N}{4}$: ترتيب الربيعي؛

N_{n-1} : التكرار التجميعي الصاعد السابق للفئة الربيعية؛

N_{Q_i} : التكرار المقابل للربيعي $(i = 1, 2, 3)$؛

K : طول الفئة الربيعية.

مثال 04: أوجد الربيعيات للبيانات التالية (حالة المتغير الكمي المستمر):

الفئات	التكرارات n_i	التكرار المتجمع الصاعد
25–20	8	8
30–25	12	20
35–30	16	36
40–35	12	48
45–40	8	56
المجموع	56	ـــــــ

حساب الربيع الأول: Q_1 ثم نحدد فئة الربيع الأول والتي تقابل القيمة: $R = \left(\frac{i\sum N}{4}\right) = \frac{56}{4} = 14$

وعليه فإن فئة الربيعي الأول هي: $]30 - 25]$

$$\boldsymbol{Q_1} = \mathrm{A} + \frac{\frac{1.\sum N}{4} - N_{n-1}}{N_{Q_1}}.K = 25 + \frac{14-8}{12}.5 = \mathbf{27.5}$$

حساب الربيع الثاني: Q_2 ثم نحدد فئة الربيع الثاني والتي تقابل القيمة: $R = \left(\frac{i\sum N}{4}\right) = \frac{2.56}{4} = 28$

وعليه فإن فئة الربيعي الثاني هي: $]35 - 30]$

$$\boldsymbol{Q_2} = \mathrm{A} + \frac{\frac{2.\sum N}{4} - N_{n-1}}{N_{Q_2}}.K = 30 + \frac{28-20}{16}.5 = \mathbf{32.5}$$

حساب الربيع الثالث: Q_3 ثم نحدد فئة الربيع الثالث التي تقابل القيمة: $R = \left(\frac{i\sum N}{4}\right) = \frac{3.56}{4} = 42$

وعليه فإن فئة الربيعي الثالث هي: $]40 - 35]$

$$\boldsymbol{Q_3} = \mathrm{A} + \frac{\frac{3.\sum N}{4} - N_{n-1}}{N_{Q_3}}.K = 35 + \frac{42-36}{12}.5 = \mathbf{37.5}$$

10. العشيرات $(\boldsymbol{Deciles})$: العشير هو المقياس الذي يقسم المساحة تحت المضلع التكراري إلى عشرة أجزاء متساوية، ويرمز لها بالرمز (D_i) حيث $(i = 1,2,3, \dots .9)$ عندئذ فإن:[1]

العشير الأول $(\boldsymbol{D_1})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (10%) من القيم وتليها (90%) من القيم، والعشير الأول يساوي المئين العاشر (P_{10})؛

العشير الثاني $(\boldsymbol{D_2})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (20%) من القيم وتليها (80%) من القيم، والعشير الثاني يساوي المئين رقم عشرين (P_{20})؛

العشير الثالث $(\boldsymbol{D_3})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (30%) من القيم وتليها (70%) من القيم، والعشير الثالث يساوي المئين رقم ثلاثون (P_{30})؛

العشير الرابع $(\boldsymbol{D_4})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (40%) من القيم وتليها (60%) من القيم، والعشير الرابع يساوي المئين رقم أربعون (P_{40})؛

العشير الخامس $(\boldsymbol{D_5})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (50%) من القيم وتليها (50%) من القيم، والعشير الخامس يساوي المئين رقم خمسون (P_{50}) و هو الربيع الثاني وهو نفس الوقت الوسيط؛

العشير السادس $(\boldsymbol{D_6})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (60%) من القيم وتليها (40%) من القيم، والعشير السادس يساوي المئين رقم ستون (P_{60})؛

العشير السابع $(\boldsymbol{D_7})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (70%) من القيم وتليها (30%) من القيم، والعشير السابع يساوي المئين رقم سبعون (P_{70})؛

العشير الثامن $(\boldsymbol{D_8})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (80%) من القيم وتليها (20%) من القيم، والعشير الثامن يساوي المئين رقم ثمنون (P_{80})؛

العشير التاسع $(\boldsymbol{D_9})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (90%) من القيم وتليها (10%) من القيم، والعشير التاسع يساوي المئين رقم تسعون (P_{90})؛

سيتم شرح طريقة حساب العشيرات في حالة البيانات غير المبوبة والمبوبة، على النحو التالي:

حالة البيانات غير المبوبة: بافتراض لدينا عينة من المشهدات لمجموعة ما قوامها (n) وهي $(x_1, x_2, x_3 \dots . x_n)$، وعليه يمكن حساب قيم العشيرات (D_i) حيث أن $(i = 1,2,3, \dots 9)$ وفقاً للخطوات التالية:

[1] - محمد حسين محمد رشيد، مرجع سابق، ص 104.

أولاً: نقوم بإجراء ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً؛

ثانيا: نحدد رتبة العشيري (D_i) حيث $(i = 1, 2 \dots 9)$ بتطبيق العلاقة التالية $R = \left(\frac{i\,(n+1)}{10}\right)$؛

ثالثاً: إذا كانت القيمة R عددا صحيحاً فإن قيمة العشيري هو الذي يقابل رتبتها أي: $(D_i = X_R)$ وهذا مهما كان عدد القيم (N) فردي أو زوجي (أي تستخرج مباشرة من القيم المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً)؛

أما إذا كانت القيمة R عددا كسري فإن قيمة العشيري هو الذي يقابل رتبتها يقع في المدى

$$X_e < D_i < X_K$$

ومن ثم يحسب بالمعادلة التالية:

$$D_i = X_e + (R - e)(X_K - X_e)$$

وهذا مهما كان عدد القيم (N) فردي أو زوجي.

مثال 05: فيما يلي علامات خمسة عشرة طالب في مادة الإقتصاد لأحد أفواج قسم علوم التسيير:

5، 18، 15، 17، 10، 8، 19،12، 20، 16، 11، 7،4، 19، 14

المطلوب: أحسب العشيرات D_2، D_5، D_8؟ (عدد القيم هو عدد فردي)

ترتيب القيم تصاعدياً	4	5	7	8	10	11	12	**14**	15	16	17	18	19	19	20
المرتبة	1	2	3	4	5	6	7	**8**	9	10	11	12	13	14	15
رتبة العشيري			**3.2**					**8**				**12.8**			

حساب العشيري الثاني D_2:

رتبة العشيري الثاني هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{10}\right) = (15+1)\left(\frac{2}{10}\right) = 3.2$

يقع العشيري الثاني بين القيمتين: $X_e < D_2 < X_k \quad \Rightarrow 7 < D_2 < 8$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 3 \quad , \; R = 3.2 \quad , \; X_e = 7 \, , \quad X_k = 8$

$$\boldsymbol{D_2} = X_e + (R - e)(X_K - X_e) = 7 + 0.2(8 - 7) = \mathbf{7.2}$$

حساب العشيري الخامس D_5:

رتبة العشيري الخامس هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{10}\right) = (15+1)\left(\frac{5}{10}\right) = 8$

فإن العشيري الخامس يقابل القيمة:

$$\boldsymbol{D_5 = 14 = M_e = Q_2}$$

حساب العشيري الثامن D_8:

رتبة العشيري الثاني هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{10}\right) = (15+1)\left(\frac{8}{10}\right) = 12.8$

يقع العشيري الثاني بين القيمتين: $X_e < D_8 < X_k \quad \Rightarrow 18 < D_8 < 19$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 12 \quad , R = 12.8 \quad , \quad X_e = 18 , \quad X_k = 19$

$$\boldsymbol{D_8} = X_e + (R - e)(X_K - X_e) = 18 + 0.8(18 - 19) = \mathbf{18.8}$$

حالة البيانات المبوبة (متغير كمي منفصل): أما في حالة المتغير الكمي المنفصل فإن العشيريات تحسب بالطريقة التالية:

أولاً: نقوم بإجراء ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً؛

ثانيا: نحدد رتبة العشيري (D_i) حيث $(i = 1, 2 \dots 9)$ بتطبيق العلاقة التالية $\mathrm{R} = \left(\frac{i \sum N}{10}\right)$؛

ثالثاً: ثم نبحث عن قيمة العيشري المقابل لرتبته من العمود الخاص بالتكرارات التجمعية الصاعدة، فإذا كانت رتبة العشيري موجودة ضمن العمود الخاص بالتكرارات الصاعدة فإن قيمة العشيري هي القيمة المقابلة لذلك التكرار، أما إذا كانت رتبة العشيري ضمن العمود الخاص بالتكرارات الصاعدة غير موجودة فإن قيمة العشيري هي القيمة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الأعلى مباشرة من رتبة العشيري.

مثال 06: تمثل البيانات التالية عدد غيابات العمل باحدى المؤسسات.

عدد الغيابات للعمال(X_i)	عدد التكرارات(n_i)	التكرار المتجمع الصاعد
2	3	3
3	7	10
4	10	20
5	14	34
6	6	40
المجموع	40	———

المطلوب: أحسب العشيريات D_2 ، D_5 ، D_9؟

حساب العشيري الثاني D_2:

رتبة العشيري الثاني هي: $R = \left(\frac{i.\sum N}{10}\right) = \frac{2.40}{10} = 8$

من الجدول أعلاه نلاحظ أن قيمة رتبة العشيري الثاني غير موجودة ضمن عمود التكراري التجميعي الصاعد، وعليه نأخذ القيمة الأعلى منها مباشرة وهي 10، وبذلك العشيري الثاني يقابل القيمة 10، وهو $D_2 = 3$

حساب العشيري الخامس D_5:

رتبة العشيري الخامس هي: $R = \left(\frac{i.\sum N}{10}\right) = \frac{5.40}{10} = 20$

من الجدول أعلاه نلاحظ أن قيمة رتبة العشيري الخامس موجودة ضمن عمود التكراري التجميعي الصاعد، وعليه فإن العشيري الخامس وهو $D_5 = 4$

حساب العشيري الثامن D_8:

رتبة العشيري الثامن هي: $R = \left(\frac{i.\sum N}{10}\right) = \frac{8.40}{10} = 32$

من الجدول أعلاه نلاحظ أن قيمة رتبة العشيري الثامن غير موجودة ضمن عمود التكراري التجميعي الصاعد، وعليه نأخذ القيمة الأعلى منها مباشرة وهي 34، وبذلك العشيري الثامن يقابل القيمة 10، هو $D_8 = 5$

حالة البيانات المبوبة (متغير كمي متصل): أما في حالة المتغير الكمي المتصل فإن العشيريات تحسب بالطريقة التالية:

أولاً: نقوم بإجراء ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً؛

ثانيا: نحدد رتبة العشيري(D_i) حيث $(i = 1, 2 , \dots 9)$ بتطبيق العلاقة التالية $\text{R} = \left(\frac{i\sum N}{10}\right)$؛

ثالثاً: ثم نطبق العلاقة التالية:

$$D_i = \text{A} + \frac{\frac{i.\sum N}{10} - N_{n-1}}{N_{D_i}}.K$$

حيث أن:

D_i: هي قيمة العشيري $(i = 1, 2,3,4 \dots, 9)$ ؛

A : تمثل الحد الأدنى للفئة العشيرية؛

$\frac{i.\sum N}{10}$: ترتيب العشيري؛

N_{n-1} : التكرار التجميعي الصاعد السابق للفئة العشيرية؛

N_{D_i} : التكرار المقابل للعشيري $(i = 1, 2,3,4 \dots 9)$؛

K : طول الفئة العشيرية.

مثال 07: أوجد العشيري(D_9, D_5, D_1) للبيانات التالية (حالة المتغير الكمي المستمر):

الفئات	التكرارات n_i	التكرار المتجمع الصاعد
25-20	8	8
30-25	12	20
35-30	16	36
40-35	12	48

45-40	8	56
المجموع	56	ـــــــ

حساب العشيري الأول D_1: ثم نحدد فئة العشيري الأول والتي تقابل القيمة:

$$R = \left(\frac{i\sum N}{10}\right) = \frac{1.56}{10} = 5.6$$

وعليه فإن فئة العشيري الأول هي: $[20 - 25]$

$$D_1 = A + \frac{\frac{1.\sum N}{10} - N_{n-1}}{N_{D_1}}.K = 20 + \frac{5.6 - 0}{8}.5 = \mathbf{23.5}$$

حساب العشيري الخامس D_5: ثم نحدد فئة العشيري الخامس والتي تقابل القيمة:

$$R = \left(\frac{i\sum N}{10}\right) = \frac{5.56}{10} = 28$$

وعليه فإن فئة العشيري الخامس هي: $[30 - 35]$

$$D_5 = A + \frac{\frac{5.\sum N}{10} - N_{n-1}}{N_{D_5}}.K = 30 + \frac{28 - 20}{16}.5 = \mathbf{32.5}$$

حساب العشيري التاسع D_9: ثم نحدد فئة العشيري التاسع والتي تقابل القيمة:

$$R = \left(\frac{i\sum N}{10}\right) = \frac{9.56}{10} = 50.4$$

وعليه فإن فئة العشيري التاسع هي: $[40 - 45]$

$$D_9 = A + \frac{\frac{9.\sum N}{10} - N_{n-1}}{N_{D_9}}.K = 40 + \frac{50.4 - 48}{8}.5 = \mathbf{41.5}$$

11. المئينات $(Percentiles)$: تُعد المئينات من أهم مقاييس الموقع وأكثرها إستخداماً في إيجاد مؤشرات لفحوص الشخصية وفحوص الذكاء والمهارة والتحصيل، وتشير هذه المؤشرات إلى الرتبة المئوية التي يحتلها شخص ما بالنسبة لمجموعة من الأشخاص تماثل حالتهم حالة الشخص بالنسبة للظاهرة المدروسة، وتُعد المئينات من المؤشرات المهمة في حساب مقاييس الالتواء والتفرطح، والرتب المئينية،[1] ويرمز له بالرمز (P_i) حيث $i = 1,2,3,4 \ldots \ldots 99$.

[1] - حسن ياسين و إيمان حسين، مرجع سابق، ص 198.

وهو المقياس الذي يقسم التوزيع إلى مئة جزء متساوي، وبالتالي يمكن تعريف المئين رقم (i) بأنه تلك القيمة التي تقع على المحور الأفقي والتي يسبقها $(K\%)$ من البيانات ويليها $(100-K)\%$ من البيانات، فمثلا:

المئين الأول $(\boldsymbol{p_1})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (1%) من القيم وتليها (99%) من القيم.

المئين العاشر $(\boldsymbol{p_{10}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (10%) من القيم وتليها (90%) من القيم، و المئين العاشر يساوي العشيري الأول $(D_1 = P_{10})$؛

المئين العشرين $(\boldsymbol{p_{20}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (20%) من القيم وتليها (80%) من القيم، و المئين العشرين يساوي العشيري الثاني $(D_2 = P_{20})$؛

المئين الخامس والعشرون $(\boldsymbol{p_{25}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (25%) من القيم وتليها (75%) من القيم، و المئين الخامس والعشرون يساوي الربيعي الأول $(Q_1 = P_{25})$؛

المئين الثلاثون $(\boldsymbol{p_{30}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (30%) من القيم وتليها (70%) من القيم، و المئين الثلاثون يساوي العشيري الثالث $(D_3 = P_{30})$؛

المئين اربعون $(\boldsymbol{p_{40}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (40%) من القيم وتليها (60%) من القيم، و المئين اربعون يساوي العشيري الرابع $(D_4 = P_{40})$؛

المئين الخمسون $(\boldsymbol{p_{50}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (50%) من القيم وتليها (50%) من القيم، و المئين الخمسون يساوي العشيري الخامس والربيعي الثاني والوسيط $(M_e = Q_2 = D_5 = P_{50})$؛

المئين الستون $(\boldsymbol{p_{60}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (60%) من القيم وتليها (40%) من القيم، و المئين ستون يساوي العشيري السادس $(D_6 = P_{60})$؛

المئين السبعون $(\boldsymbol{p_{70}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (70%) من القيم وتليها (30%) من القيم، و المئين السبعون يساوي العشيري السابع $(D_7 = P_{70})$؛

المئين الخامس والسبعون $(\boldsymbol{p_{75}})$: وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (75%) من القيم وتليها (25%) من القيم، و المئين الخامس السبعون يساوي الربيعي الثالث $(Q_3 = P_{75})$؛

المئين الثمنون (p_{80}): وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (80%) من القيم وتليها (20%) من القيم، و المئين الثمنون يساوي العشيري الثامن $(D_8 = P_{80})$؛

المئين التسعون (p_{90}): وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (90%) من القيم وتليها (10%) من القيم، و المئين التسعون يساوي العشيري التاسع $(D_9 = P_{90})$؛

المئين التاسع والتسعون (p_{99}): وهو القيمة التي تقسم المجموعة أو التوزيع إلى قسمين بحيث تسبقها (99%) من القيم وتليها (1%) من القيم.

سيتم شرح طريقة حساب المئينات في حالة البيانات غير المبوبة والمبوبة، على النحو التالي:

حالة البيانات غير المبوبة: بافتراض لدينا عينة من المشهدات لمجموعة ما قوامها (n) وهي $(x_1, x_2, x_3 \ldots . x_n)$، وعليه يمكن حساب قيم المئين (P_i) حيث أن $(i = 1,2,3 \ldots 99)$ وفقاً للخطوات التالية:

أولاً: نقوم بإجراء ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً؛

ثانيا: نحدد رتبة المئين(p_i) حيث $(i = 1, 2 \ldots 99)$ بتطبيق العلاقة التالية $R = \left(\frac{i\,(n+1)}{100}\right)$؛

ثالثاً: إذا كانت القيمة R عددا صحيحاً فإن قيمة المئين هو الذي يقابل رتبتها أي: $(P_i = X_R)$ وهذا مهما كان عدد القيم (n) فردي أو زوجي (أي تستخرج مباشرة من القيم المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً)؛

أما إذا كانت القيمة R عددا كسري فإن قيمة المئين هو الذي يقابل رتبتها يقع في المدى

$$X_e < P_i < X_K$$

ومن ثم يحسب بالمعادلة التالية:

$$P_i = X_e + (R - e)(X_K - X_e)$$

وهذا مهما كان عدد القيم (n) فردي أو زوجي

مثال 08: فيما يلي علامات خمسة عشرة طالب في مادة الإقتصاد لأحد أفواج قسم علوم التسيير:

5، 18، 15، 17، 10، 8، 19،12، 20، 16، 11، 7،4، 19 ،14

المطلوب: أحسب المئينات p_{15}، p_{50}، p_{80}؟ (عدد القيم هو عدد فردي)

ترتيب القيم تصاعدياً	4	5	7	8	10	11	12	14	15	16	17	18	19	19	20
المرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
رتبة العشيري		2.4						8				12.8			

حساب المئين p_{15}:

رتبة المئين خمسة عشر هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{100}\right) = (15+1)\left(\frac{15}{100}\right) = 2.4$

يقع المئين خمسة عشر بين القيمتين: $X_e < p_{15} < X_k \quad \Rightarrow 5 < p_{15} < 7$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 2 \quad , R = 2.4 \quad , \quad X_e = 5\,, \quad X_k = 7$

$$\boldsymbol{P_{15}} = X_e + (R - e)(X_K - X_e) = 5 + 0.4(7 - 5) = \mathbf{5.8}$$

حساب المئين p_{50}:

رتبة المئين الخمسون هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{100}\right) = (15+1)\left(\frac{50}{100}\right) = 8$

فإن المئين الخمسون يقابل القيمة:

$$\boldsymbol{P_{50} = 14 \ = D_5 = M_e = Q_2}$$

حساب المئين p_{80}:

رتبة المئين الثمنون هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{100}\right) = (15+1)\left(\frac{80}{100}\right) = 12.8$

يقع المئين الثمنون بين القيمتين: $X_e < p_{80} < X_k \quad \Rightarrow 18 < p_{80} < 19$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 12 \quad , R = 12.8 \quad , \quad X_e = 18\,, \quad X_k = 19$

$$\boldsymbol{P_{80}} = X_e + (R - e)(X_K - X_e) = 12 + 0.8(19 - 18) = \mathbf{12.8}$$

حالة البيانات المبوبة (كمي متصل): أما في حالة المتغير الكمي المتصل فإن المئينات تحسب بالطريقة التالية:

أولاً: نقوم بإجراء ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً؛

ثانيا: نحدد رتبة المئينات(P_i) حيث $(i = 1, 2\,, \dots 99)$ بتطبيق العلاقة التالية $\mathrm{R} = \left(\frac{i \sum N}{100}\right)$؛

ثالثاً: ثم نطبق العلاقة التالية:

$$P_i = \mathrm{A} + \frac{\frac{i\,.\sum N}{100} - N_{n-1}}{N_{P_i}}.K$$

حيث أن:

P_i: هي قيمة المئينات $(i = 1, 2{,}3{,}4 \dots, 99)$ ؛

A : تمثل الحد الأدنى للفئة المئين؛

$\frac{i\,.\sum N}{100}$: ترتيب المئين؛

N_{n-1} : التكرار التجميعي الصاعد السابق للفئة المئين؛

N_{P_i} : التكرار المقابل للمئين $(i = 1, 2{,}3{,}4 \dots 99)$؛

K : طول الفئة للمئين.

مثال 09: أوجد المئين (P_{85}, P_{50}, P_{25}) للبيانات التالية (حالة المتغير الكمي المستمر):

الفئات	التكرارات n_i	التكرار المتجمع الصاعد
25-20	8	8
30-25	12	20
35-30	16	36
40-35	12	48
45-40	8	56
المجموع	56	ــــــ

حساب المئين الخامس والعشرين P_{25}: ثم نحدد فئة المئين الخامس والعشرين والتي تقابل القيمة:

$$R = \left(\frac{i\sum N}{100}\right) = \frac{25\ .\ 56}{100} = 14$$

وعليه فإن فئة المئين الخامس والعشرين هي: $]30 - 25[$

$$\boldsymbol{P_{25}} = A + \frac{\frac{25.\sum N}{100} - N_{n-1}}{N_{P_{25}}}.K = 25 + \frac{14-8}{12}.5 = \mathbf{27.5}$$

حساب المئين الخمسون P_{50}: ثم نحدد فئة المئين الخمسون والتي تقابل القيمة:

$$R = \left(\frac{i\sum N}{100}\right) = \frac{50\ .\ 56}{100} = 28$$

وعليه فإن فئة المئين الخمسون هي: $]35 - 30[$

$$\boldsymbol{M_e = Q_2 = D_5 = P_{50}} = A + \frac{\frac{50.\sum N}{100} - N_{n-1}}{N_{P_{50}}}.K = 30 + \frac{28-20}{16}.5 = \mathbf{32.5}$$

حساب المئين الخامس والثمنون P_{85}: ثم نحدد فئة المئين الخامس والثمنون والتي تقابل القيمة:

$$R = \left(\frac{i\sum N}{100}\right) = \frac{85\ .\ 56}{100} = 47.6$$

وعليه فإن فئة المئين الخامس والثمنون هي: $]40 - 35[$

$$\boldsymbol{P_{85}} = A + \frac{\frac{85.\sum N}{100} - N_{n-1}}{N_{P_{85}}}.K = 35 + \frac{47.6-36}{12}.5 = \mathbf{39.83}$$

تمارين الفصل الثالث

التمرين 01: إذاكان الوسط الحسابي لعلامات خمسة طلبة يساوي 12 حيث علامة الطالب الأول هي 10، والطالب الثاني هي 11، أما الطالب الثالث هي 15، أما الطالب الرابع هي 9، أوجد علامة الطالب الخامس؟

التمرين 02: في إحدى الدورات التي شارك فيها المنتخب الوطني لكرة السلة قام بتسجيل النقاط التالية في المباريات التي لعبها: 95 ؛ 80 ، 105 ، 94، 88 ، 98 ، 112.

المطلوب: إيجاد متوسط النقاط المسجلة في المباريات التي لعبها المنتخب الوطني خلال الدورة؟

التمرين 03: أفترض أنه في أحد المؤسسات يعمل 10 عمال يومياً بالتناوب حسب الاتفاق مع صاحب المؤسسة، بحيث يعمل ثلاثة عمال 6 ساعات يومياً، فحين يعمل خمسة عمال 8 ساعات يومياً، و يعمل عاملان 9 ساعات يومياًكما هو موضح في الجدول أدناه:

ساعات العمل	عدد العمال
6	3
8	5
9	2

المطلوب: أحسب متوسط ساعات العمل اليومي للعامل؟

التمرين 04: يمثل الجدول التالي عدد السكان (بالألف) لمدينة الجزائر والبليدة حسب السن.

السن	عدد سكان مدينة الجزائر	عدد سكان مدينة البليدة
أقل من 20	20	4
20-25	25	5
25-35	40	10
35-38	35	40
38-45	18	10
45-55	3	5
55 فأكثر	2	4
المجموع	143	78

المطلوب: 1/ أذكر فقط بدون الرسم ما هو العرض البياني المناسب، وكيف يتم رسمه؟

2/ أوجد الوسط الحسابي لكل مدينة؟

3/ ما هي العلاقة المتحصل عليها من طرف أغلبية السكان لكل مدينة؟

4/ ما هو شكل توزيع الإحصائي باستعمال الخصائص النزعة المركزية؟ حسابيا لكل مدينة؟

5/ ما هو معدل العام للسكان؟

التمرين 05: تمثل البيانات التالية عدد سنوات الخدمة لـ 30 عاملا بإحدى الشركات:

12، 10، 12، 8، 10، 12، 9، 6، 10، 8، 9، 6، 10، 12، 5، 10، 9، 12، 12، 9، 12، 5، 8، 8، 9، 6، 10، 9، 10، 10.

المطلوب: 1/ قم بتفريغ البيانات في جدول إحصائي؟

2/ أوجد التكرار النسبي ثم التكرار النسبي المئوي؟ و حساب كل من المتوسط و الوسيط والمنوال؟

3/ أوجد عدد العمال الذين اشتغلوا أكثر أو يساوي 9 سنوات؟ ثم أوجد عدد العمال الذين اشتغلوا أقل من 8 سنوات، ثم أوجد عدد العمال الذين اشتغلوا ما بين 6 و 10 سنوات؟

التمرين 06: لتكن لديك المعطيات التالية والتي تمثل عدد الأهدف التي سجلها اللاعبين لأحد فرق كرة القدم خلال الدوري 2020/2019:

4 ، 2، 5، 20، 18، 12، 10، 9، 6، 7، 14، 16، 13، 8، 3

المطلوب: 1/ حساب المتوسط الحسابي بالطريقة المباشرة و غير المباشرة؟

2/ أحسب الربيعي الأول والثاني والثالث؟

3/ أحسب العشيري الثاني و العشيري الخامس و العشيري التاسع؟

4/ أحسب المئين ثلاثون والخمسون و المئين ثمانون؟

التمرين 07: ليكن لدينا الجدول التالي:

الفئات	6-3	9-6	12-9	15-12	18-15
التكرارات	4	7	10	12	8

المطلوب: 1/ أحسب المتوسط الحسابي؛ الوسيط؛ المنوال؟ 2/ ارسم المنحنى التكراري 3/ أدرس طبيعة التوزيع؟ 4- حساب المتوسط التربيعي؟

التمرين 08: البيانات التالية تمثل علامات أحد الطلبة في السنة الأولى علوم التسيير:

8، 16، 14، 15، 9، 10، 12، 11

المطلوب: أحسب المتوسط الحسابي، والمتوسط الهندسي، والتوافقي والمتوسط التربيعي.

التمرين 09: أكمل الجدول التالي:

الفئات	طول الفئة	N_i	التكرار النسبي	التكرار التجميعي النسبي النازل
[4 - ...[	4	....	....	....
[... - 14[	....	6	....	0.925
[14 - ...[	4	....	0.35	.....
[... - 22[	....	10		0.425
[... - 28[	....	....	0.175	.....
المجموع	—	40	....	——

التمرين 10: باستخدام معطيات التمرين08 أحسب الوسيط والمنوال والمتوسط الحسابي بطريقة الوسط الفرضي، وأحسب كل من الربيعي الثالث؛ والعشيري التاسع؟

التمرين 11: تقطع شاحنة الطريق من مدينة العفرون إلى مدينة عين الدفلى، نزولاً وصعوداً وبسرعات 100، 80، 60، 90، 110، كليومتر في الساعة على التوالي، أحسب متوسط سرعة الشاحنة خلال الرحلة ما بين المدينتين، باستخدام كل من المتوسط الحسابي والتوافقي وأيهما أدق؟

التمرين 12: البيانات التالية تمثل كميات إنتاج الإسمنت لعشرين مؤسسة إنتاجية خلال سنة 2020، حيث الانتاج بالأف الأطنان.

الفئات	4-2	6-4	8-6	11-8	15-11
التكرارات	2	5	8	3	1

المطلوب: 1/ أحسب المتوسط إنتاج الإسمنت للمؤسسات خلال سنة 2020؟

2/ أحسب المنوال، والوسيط؟

3/ أحسب المتوسط الهندسي والتوافقي والتربيعي، وقارن فيما بينهما؟

التمرين 13: تم رصد سرعة عينة من السيارات وعددها 100 سيارة على مستوى طريق السيار بين ميدنتي موزاية والعفرون، فكانت النتائج كما هي في الجدول التالي:

الفئات (كلم/سا)	85-80	90-85	95-90	100-95	105-100	110-105
التكرارات	5	15	25	30	20	5

المطلوب:1/ أحسب المتوسط الحسابي بطريقتين مختلفتين؟

2/ أحسب المنوال بطريقتين مختلفتين؟ 3/ أحسب الوسيط بطريقتين مختلفتين؟

4/ أحسب الوسط الهندسي، ثم قارنه مع المتوسط الحسابي؟

5/ إذا تم وضع حاجز أمني على نفس الطريق، وفرض عقوبة في حالة تجاوز السرعة 100 كلم/سا، كم عدد المخالفات التي سيتم تحريرها على العينة السابقة؟

التمرين 14: ليكن لديك جدول التوزيع التكراري التالي:

x_i	3	4	5	6	7	8	9
n_i	2	5	12	10	8	5	1

المطلوب: تحقق من العلاقة التالية: $Q \geq \bar{X} \geq G \geq H$

التمرين 15: ليكن لدينا التوزيع التكراري التالي:

x_i	x_1	5	x_3	15	20
n_i	3	1	6	12	8

المطلوب: أيجاد كل من (x_1 ، x_3) مع العلم بأن المتوسط الحسابي لهذا التوزيع هو ($\bar{x} = 13.8$) والوسط التوافقي يساوي 10.

حلول تمارين الفصل الثالث

حل التمرين 01: حساب علامة الطالب الخامس:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n} \Rightarrow \quad 12 = \frac{10 + 11 + 15 + 9 + x_5}{5}$$
$$\Rightarrow \quad (12).5 = (10 + 11 + 15 + 9) + x_5$$
$$\Rightarrow 60 - 45 = x_5 \quad \Rightarrow x_5 = 15$$

حل التمرين 02: في إحدى الدورات التي شارك فيها المنتخب الوطني لكرة السلة قام بتسجيل النقاط التالية في المباريات التي لعبها:

95 ؛ 80 ، 105 ، 94، 88 ، 98 ، 112.

متوسط النقاط المسجلة في المبارايات التي لعبها المنتخب الوطني خلال الدورة: هو 96 هدف.

$$\bar{X} = \frac{\sum_1^n x_i}{n} = \frac{95 + 80 + 105 + 94 + 88 + 98 + 112}{7} = \frac{670}{7} = 96$$

حل التمرين 03: متوسط ساعات العمل اليومي للعامل هو:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{2.9 + 5.8 + 3.7}{10} = \frac{79}{10} = 7.9 \approx 8 \text{ ساعات}$$

حل التمرين 08: البيانات التالية تمثل علامات أحد الطلبة في السنة الأولى علوم التسيير:

8، 16، 14، 15، 9، 10، 12، 11

1/ حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \cdots \dots \dots \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_1^n x_i}{n} = \frac{95}{8} = 11.875$$

2/ المتوسط الهندسي:

$$\bar{G} = \sqrt[n]{x_1 . x_2 . x_3 \dots x_n} = (x_1 . x_2 . x_3 \dots . x_n)^{\frac{1}{n}} = (319.334.400)^{1/8}$$
$$= 11,562$$

3/ حساب المتوسط التوافقي:

$$\boldsymbol{H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{8}{\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{10}+\frac{1}{9}+\frac{1}{15}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}+\frac{1}{8}} = \frac{8}{0.7109}}$$
$$\boldsymbol{= 11.253}$$

4/ حساب المتوسط التربيعي:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{11^2 + 12^2 + 10^2 + 9^2 + 15^2 + 14^2 + 16^2 + 8^2}{8}}$$

$$= \sqrt{\frac{1187}{8}} = \sqrt{148.375} = 12.18$$

ملاحظة: عند استخدام كل من المقاييس التالية: المتوسط الحسابي و الهندسي و المتوسط التوافقي والتربيعي لإي توزيع سوف نجد هذه المقاييس تحقق العلاقة التالية: $Q \geq \bar{X} \geq G \geq H$

نجد أن العلاقة محققة : $12,18 \geq 11,875 \geq 11,562 \geq 11,253$

جل التمرين 05: ج 1/ الجدول الإحصائي:

سنوات العمل	N_i	$x_i \quad n_i$	F_i	$F_i\%$	$N \uparrow$	$N \downarrow$
5	2	10	0.0667	6.67	2	30
6	3	18	0.1	10	5	28
8	4	24	0.1333	13.33	9	25
9	6	54	0.2	20	15	21
10	8	80	0.2667	26.67	23	15
12	7	84	0.2333	23.33	30	7
المجموع	30	270	1	100		

ج 2/ جساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{270}{30} = 9$$

حساب الوسيط: أول خطوة هي وضع التكرارات التجمعية الصاعدة:

حساب رتبة الوسيط: $\frac{30}{2} = 15$ ، ثم نبحث عن القيمة 15 في التكرار التجميعي الصاعد، والقيمة التي تقابلها هي القيمة الوسيطية: وعليه فإن الوسيط هو: $M_e = 9$

حساب المنوال: المنوال يقابل القيمة الأكثر تكراراً: وعليه فإن المنوال هو: $M_o = 10$

ج 3/ عدد العمال الذين اشتغلوا أكثر أو يساوي 9 سنوات: 6+8+7= 21 عامل

أما عدد العمال الذين اشتغلوا أقل من 8 سنوات: 2+3= 5 عمال

عدد العمال الذين اشتغلوا ما بين 6 و 10 سنوات: 4+6=10 عمال.

حل التمرين 09: أكمل الجدول التالي:

الفئات	طول الفئة	N_i	التكرار النسبي	التكرار التجميعي النسبي النازل
]8 – 4]	4	3	0.075	1
]14 – 8]	6	6	0.15	0.925
]18 – 14]	4	14	0.35	0.775
]22 – 18]	4	10	0.25	0.425
]28 – 22]	6	7	0.175	0.175
المجموع	—	40	1	—

حل التمرين 13: جدول التوزيع التكراري:

الفئات	n_i	X_i	$X_i.n_i$	$X_i - X_0$	$d_i.n_i$	$N_i \uparrow$	$N_i \downarrow$	$n_i.\log x_i$
85–80	5	82.5	412.5	12.5–	62.5–	5	100	9,582
90–85	15	87.5	1312.5	7.5–	112.5–	20	95	29,13
95–90	25	92.5	2312.5	2.5–	62.5–	45	80	49,153
100–95	30	97.5	2925	2.5+	75+	75	55	59,67
105–100	20	102.5	2050	7.5+	150+	95	25	40,214
110–105	5	107.5	537.5	12.5+	62.5+	100	5	10,157
المجموع	100	—	9550		50+	—		197,906

1/ حساب المتوسط الحسابي: بالطريقة المباشرة

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i.n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{9550}{100} = 95,5$$

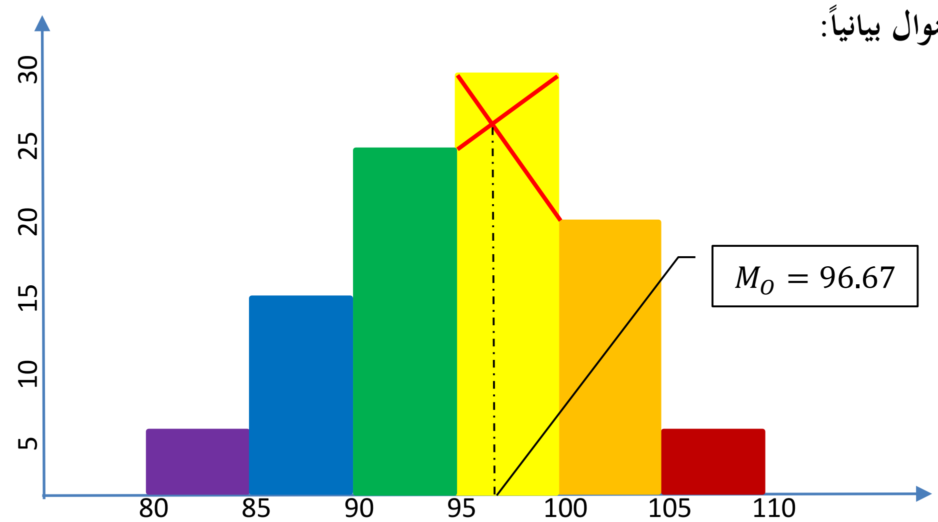
حساب المتوسط الحسابي بطريقة الوسط الفرضي: $d_i = X_i - X_0$, $X_0 = 95$

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum d_i.n_i}{\sum n_i} = 95 + \frac{50}{100} = 95,5$$

2/ حساب المنوال: الفئة المنوالية تقابل أكبر تكرار (مع أن أطول الفئات متساوية، بدون تعديل تكراري)

الفئة المنوالية $[95 - 100[$, $M_O = \mathrm{A} + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K = 95 + \frac{5}{5+10}.5 = \mathbf{96.67}$

تحديد المنوال بيانياً:

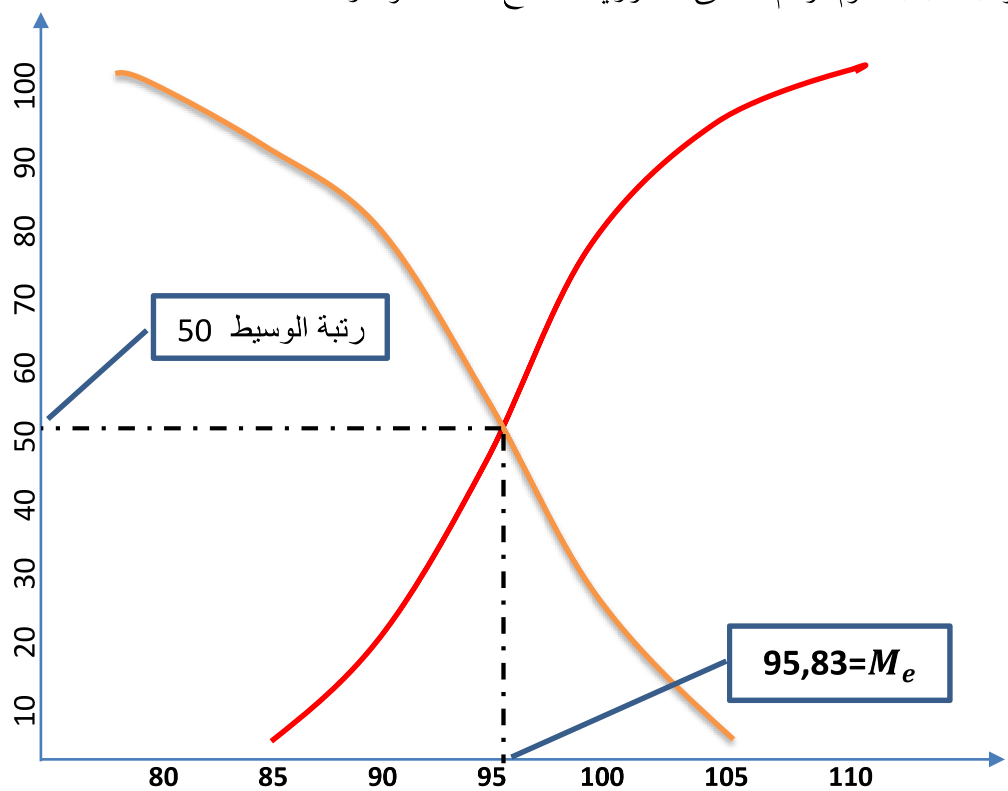


3/ أحسب الوسيط بطريقتين مختلفتين: نضع التكرارات التجمعية الصاعدة، ثم نبحث عن الفئة الوسيطية:

$\left(\frac{\sum n_i}{2}\right) = \frac{100}{2} = 50$؛ وعليه فإن الفئة الوسيطية هي: $]100 - 95]$

$$M_e = A + \frac{\frac{\sum n_i}{2} - N_{n-1} \uparrow}{N_{M_e}} . K = 95 + \frac{50 - 45}{30} . 5 = 95{,}83$$

لتوضيح الوسيط بيانياً نقوم برسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل:



ج 4/ جساب الوسط الهندسي:

$$\log \bar{G} = \frac{1}{\sum n_i} \sum_{1}^{i} n_i . \log x_i \ \Rightarrow \log \bar{G} = \frac{1}{100} . (197,906) = 1,97906$$

$$\bar{G} = 10^{1,97906} = 95,29$$

$$\bar{X} \geq G \quad \Leftrightarrow 95,5 \geq 95,29$$ العلاقة محققة

ج 5/ تم وضع حاجز أمني على نفس الطريق، وتم فرض عقوبة على تجاوز السرعة 100 كلم/سا، وكان عدد المخالفات التي تم تحريرها: 25 مخالفة.

حل التمرين 11: 1/ حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n} = \frac{100 + 80 + 60 + 90 + 110}{5} = 88$$

2/ حساب المتوسط التوافقي:

$$\boldsymbol{H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{5}{\frac{1}{100}+\frac{1}{80}+\frac{1}{60}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}} = \frac{5}{0.0593} = 84.32}$$

يعد المتوسط التوافقي أدق من المتوسط الحسابي، لأنه يستخدم عندما يكون مقلوب المتغير له دلالة كأن يعين نسبة بين متغيرين مرتبطين مثل السرعة والزمن .

حل التمرين 14: ليكن لديك جدول التوزيع التكراري التالي:

x_i	3	4	5	6	7	8	9	المجموع
n_i	2	5	12	10	8	5	1	43
$X_i . n_i$	6	20	60	60	56	40	9	251
$n_i . \log x_i$	0.954	3.01	8.388	7.782	6.760	4.515	0.954	32.363
$n_i . x_i^2$	18	80	300	360	392	320	81	1551
$\frac{n_i}{x_i}$	0.667	1.25	2.4	1.667	1.143	0.625	0.111	7.863

1/ حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{251}{43} = 5,84$$

2/ حساب المتوسط الهندسي:

$$\log \bar{G} = \frac{1}{\sum n_i} \sum_{1}^{i} n_i . \log x_i \Rightarrow \log \bar{G} = \frac{1}{43} (32.363) = 0.7526279$$

$$\bar{G} = 10^{0.7526279} = 5.66$$

3/ حساب المتوسط التربيعي:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \cdot x_i^2}{n_i}} = \sqrt{\frac{1551}{43}} = \sqrt{43} = 6.56$$

4/ حساب المتوسط التوافقي:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{x_i}} = \frac{43}{7.863} = 5.47$$

التحقق من العلاقة:

$Q \geq \bar{X} \geq G \geq H \quad \Rightarrow \quad 6.56 \geq 5.84 \geq 5.66 \geq 5.47$ العلاقة محققة

الفصل الرابع: مقاييس التشتت

1- تمهيد
2- المدى
3- المدى الربعي
4- نصف المدى الربيعي
5- الانحراف المتوسط
6- الانحراف المعياري
7- معامل الاختلاف
8- معامل الانحراف المعياري

1. تمهيد

إن دراسة وتحليل الظوهر الاقتصادية والاجتماعية من خلال عرض البيانات الاحصائية وبناء الجداول التكرارية للتوزيعات وتمثيلها بيانياً ووصف أشكالها وطبيعة توزيعها، ثم القيام بحساب بعض مقاييس الموقع أو التمركز التي تصف هذه التوزيعات عددياً أو وصفياً، تبقى غير كافية ومكتملة بسبب عدم معرفة الرقعة التي تنتشر عليها العينات والمجتمعات الإحصائية، فربما يكون لدينا ظاهرتان متساويتان في مقاييس الموقع كالمتوسط الحسابي والوسيط إلا أنهما مختلفتان.

هذا الاختلاف في المجموعتين أو العينتين يرجع إلى لوحة الانتشار (سحابة الانتشار) البيانات، ومدى تشتتها أو تقاربها من بعضها البعض، وهنا تبرز الحاجة إلى مقياس أخر يصف هذا الجانب من البيانات الإحصائية، و هو مؤشر التشتت الذي يساعدنا في معرفة مدى تجانس الظاهرة المراد دراستها.

تعريف مقياس التشتت: بأنه مدى الاقتراب أو الابتعاد للمفردات حول وسطها الحسابي، فإذا كانت البيانات مركزة حول الوسط الحسابي فإن التشتت يكون صغيراً، أما إذا كانت البيانات مبعثرة بعيدا عن الوسط يكون التشتت كبيراً،[1] وهو بذلك المقياس الذي يستعمل كمؤشر إحصائي لتحديد درجة التركيز أو التشتت، وتستخدم مقاييس التشتت لعدة أغراض أهمها:

1- للحكم على دقة مقياس النزعة المركزية ومدى الاعتماد عليه في وصف البيانات؛

2- قاعدة لضبط الاختلاف والسيطرة عليه، ففي المجالات الطبية يستخدم الاختلاف في ضغط الدم ودرجة الحرارة كقاعدة أساسية في عملية التشخيص، وفي البحث عن أسباب الاختلاف ومعالجة الخلل إن وجد؛

3- المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من المشاهدات من حيث درجة الاختلاف، حيث يساعد ذلك في تحديد مدى الانتظام أو الاتساق في البيانات الاحصائية.

ويقسم التشتت إلى قسمين: التشتت المطلق ويقاس بنفس الوحدة التي يقاس بها المتغير وهو في هذه الحالة لا يصلح للمقارنة بين متغيرات مقاسة بوحدات مختلفة، أما النوع الثاني وهو التشتت النسبي هو مجرد من أثر الوحدة ويعبر عنه على شكل نسبة مئوية هي عبارة عن حاصل قسمة مقياس التشتت الطلق على مقياس التوسط، ويستخدم للمقارنة بين متغيرات مقاسة بوحدات مختلفة.

التشتت المطلق يضم المقاييس التالية: المدى والمدى الربيعي و نصف المدى الربيعي، ومتوسط الانحرافات المطلقة والانحراف المعياري، أما التشتت النسبي يضم كل من: معامل المدى؛ ومعامل الانحراف الربيعي؛ ومعامل الاختلاف، كل هذا ما سوف نتطرق إليه في هذا المحور.

[1] - محمد محمد جبر المغربي، مرجع سابق، ص 321.

2. المدى ($Range$)

يعرف مدى التغير أو المدى لأية مجموعة من القيم بأنه الفرق بين أعظم قيمة وأدنى قيمة من مجموعة القيم، سواء كانت هذه القيم مبوبة أو غير مبوبة، وهو يعطى بالمعادلة التالية:[1]

$$R = X_{max} - X_{min}$$

المدى المطلق = أكبر قيمة – أصغر قيمة

أما بالنسبة للبيانات المبوبة فإن المدى هو الفرق بين الحد الاعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى أو يحسب بالفرق بين مركز الفئة الأخيرة و مركز الفئة الأولى.

مثال 01: إذا كانت القيم التالية تمثل أسعار البطاطة خلال الأسبوع الأول من شهر رمضان:

50دج، 80 دج، 60دج، 65، 70دج، 85دج، 75دج.

المطلوب: أوجد المدى العام؟

$$R = X_{max} - X_{min} = 85 - 50 = 35 \text{ دج}$$

مثال رقم 02: أوجد المدى العام لتوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرارات n_i
25-20	8
30-25	12
35-30	16
40-35	12
45-40	8
المجموع	56

$$R = X_{max} - X_{min} = 45 - 20 = 25$$

ويمكن تلخيص مزايا وعيوب المدى في النقاط التالية:[2]

1- يفيد المدى في معرفة التشتت للمجتمعات الصغيرة المتجانسة كما في رقابة جودة الإنتاج؛

2- المدى العام سهل الحساب وهو من أبسط مقاييس التشتت.

3- المدى العام هو أقل مقاييس التشتت دقة؛

4- المدى العام قيمته مضلله لأنه يعتمد في حسابه على قيمتين فقط؛

[1] - محمد راتول، مرجع سابق، ص 138.

[2] محمد محمد جبر المغربي، مرجع سابق، ص 322.

5- لا يمكن حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة من الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى من الفئة الأخيرة؛

6- كما لا يمكن استخدام المدى للمقارنة بين توزيعات التي تختلف وحدات القيم فيها كالمقارنة بين توزيعين أحدهما خاص بالوزن بالكيلوغرام والآخر خاص بالطول بالسنتيمتر.

3- المدى الربيعي: من أهم عيوب المدى أنه يتأثر بالقيم الشاذة وبالتالي فهو لا يعطي صورة صادقة عن طبيعة البيانات، لذلك دعت الحاجة إلى إيجاد مقياس أخر يتم من خلاله التخلص من تأثير القيم الشاذة وهو المدى الربيعي و نصف المدى الربيعي.

تعريف المدى الربيعي: وهو الفرق بين الربيعي الأعلى (الربيع الثالث) والربيعي الأدنى (الربيع الأول)، ويرمز له بالرمز (QR)، ويتميز المدى الربيعي بالخصائص التالية:[1]

- يضم 50% من المجتمع مهما كان التوزيع الاحصائي؛
- يتغير طوله مقارنة بالمدى العام حسب طبيعة التوزيع؛
- إستعمالاته محدودة نظرا لبساطته، غير أنه أحسن من المدى العام؛
- يستعمل في المقارنة بين توزيعين إحصائيين أو أكثر.

مثال 03: فيما يلي علامات خمسة عشرة طالب في مادة الإقتصاد لأحد أفواج قسم علوم التسيير:

5، 18، 15، 17، 10، 8، 19،12، 20، 16، 11، 7،4، 19 ،14

المطلوب: أحسب الربيعيات Q_1 ،Q_3؟ (عدد القيم هو عدد فردي)، ثم أحسب المدى الربيعي؟

ترتيب القيم تصاعدياً	4	5	7	**8**	10	11	12	14	15	16	17	**18**	19	19	20
المرتبة	1	2	3	**4**	5	6	7	8	9	10	11	**12**	13	14	15
رتبة الربيعي				**4**				8				**12**			

حساب الربيع الأول Q_1:

رتبة الربيع الأول هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (15+1)\left(\frac{1}{4}\right) = 4$

فإن الربيع الأول يقابل القيمة:

$$\boldsymbol{Q_1} = 8$$

حساب الربيع الثالث Q_3:

رتبة الربيع الثالث هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (15+1)\left(\frac{3}{4}\right) = 12$

[1] - جلاطو جيلالي، **الاحصاء مع تمارين ومسائل محلولة**، ط 1، ديون المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2001، ص 71.

يقع الربيع الثالث يقابل:

$$Q_3 = 18$$
$$QR = Q_3 - Q_1 = 18 - 8 = 10$$

ويؤخذ على المدى الربيعي أنه يقيس التشتت المطلق بالاعتماد على 50% فقط من البيانات، ومعنى ذلك أننا نهمل ربع القيم الأعلى وربعها الأدنى ونتعامل مع نصفها الأوسط.

4- نصف المدى الربيعي: يعرف نصف المدى الربيعي بأنه الفرق بين الربيع الأعلى والربيع الأدنى مقسوماً على 2، كما هو موضح في العلاقة التالية:

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{QR}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

بالعودة إلى المثال أعلاه، أوجد نصف المدى الربيعي؟

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{QR}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{18 - 8}{2} = 4$$

والسؤال المطروح: ما مدلول هذه القيمة؟

5- الانحراف المتوسط ($Deviation$):

يتميز مقياس الانحراف المتوسط أو متوسط الانحراف بأنه يأخذ في الاعتبار جميع القيم حيث يعتمد على انحراف كل قيمة عن المتوسط الحسابي للقيم، بينما نجد أن المدى يعتمد على القيم المتطرفة، ونجد أن الانحراف الربيعي يعتمد على قيم معينة وهو الربيع الأول والثالث وهذا يعني أن مقياس الانحراف المتوسط أكثر دقة وشمولاً.

لكن ما نعرفه عن خواص المتوسط أن مجموع انحراف البيانات (القيم) عن وسطها الحسابي أي $\sum(X_i - \bar{X})$ يساوي صفراً دائماً لأن مجموع الانحرافات الموجبة عن الوسط الحسابي يساوي مجموع الانحرافات السالبة، لذلك لا بد من حذف الاشارة السالبة لنتحصل على مقياس ذي معنى، وأحد طرق التخلص من الاشارة السالبة هي أخذ الفرق بالقيمة المطلقة، ثم نجمع الانحرافات ونقسم هذا المجموع على عدد القيم أو عدد الحالات، فنحصل على الانحراف المتوسط، ويرمز لانحراف المتوسط بالرمز (MD).

حالة البيانات غير المبوبة: إذا كانت لدينا البيانات التالية: $(x_1, x_2, x_3 \dots . x_n)$ فإن إنحرافها المتوسط يعطى بالمعادلة التالية:[1]

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i - \bar{X}|}{N}$$

خطوات حسابه:

[1] - W.J. DeCoursey, op-cit, p 45.

1- إيجاد الوسط الحسابي للمشاهدات أو القيم؛

2- إيجاد انحرافات القيم عن وسطها الحسابي؛

3- أخذ القيمة المطلقة للانحرافات؛

4- إيجاد مجموع القيم المطلقة للانحرافات، ثم تطبيق العلاقة السابقة.

مثال 04: إذا كانت لدينا البيانات التالية: 10 ، 12، 18، 16، 20، 14

المطلوب: أوجد الانحراف المتوسط للبيانات السابقة؟

$$\bar{X} = \frac{10+12+18+16+20+14}{6} = \frac{90}{6} = 15$$

X_i	10	12	18	16	20	14	$\sum$
$X_i - \bar{X}$	10-15	12-15	18-15	16-15	20-15	14-15	0
$\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	5	3	3	1	5	1	18

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |X_i - \bar{X}|}{N} = \frac{18}{6} = 3$$

في حالة البيانات الكمية (المتقطع –المتصل):

يعرف الانحراف المتوسط للتوزيعات التكرارية بأنه مجموع مضاريب التكرارات (n_i) في الإنحرافات المطلقة لقيم مراكز الفئات (x_i) لتوزيع ما عن وسطها الحسابي الحقيقي $(\bar{X})$ مقسوماً على مجموع التكرارات كما هو موضح في العلاقة التالية:[1]

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i |X_i - \bar{X}|}{\sum n_i}$$

مثال رقم 05: أوجد الانحراف المتوسط لتوزيع التكراري التالي: $\bar{X} = 32.5$

$n_i\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	$\lvert x_i - \bar{X}\rvert$	مراكز الفئات $\boldsymbol{x_i}$	التكرارات $\boldsymbol{n_i}$	الفئات
80	10	22.5	8	25-20
60	5	27.5	12	30-25
0	0	32.5	16	35-30
60	5	37.5	12	40-35
80	10	42.5	8	45-40
280	ـــــــ	ـــــــ	56	المجموع

[1] - حسن ياسين طعمه و إيمان حسين حنوش، مرجع سابق، ص 230.

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i |X_i - \bar{X}|}{\sum n_i} = \frac{280}{56} = 5$$

6- الانحراف المعياري: اقترح كارل بيرسون $Karl\ Pearson$ فكرة الانحراف المعياري سنة 1893،[1] وهو المقياس الثاني الذي يقيس تشتت القيم حول الوسط الحسابي، والفكرة الأساسية في هذا المقياس هو أنه بدلا من إهمال الاشارات الجبرية عند حساب الانحراف المتوسط، وهو اجراء غير منطقي من الناحية الجبرية، لهذا نحاول التخلص من هذه الاشارات بطريقة أخرى أكثر صلاحية وذلك بتربيع الانحرافات فيتحول السالب منها والموجب إلى قيم موجبة.[2]

ويعتبر الانحراف المعيار من أكثر مقاييس التشتت استعمالاً وأكثرها شيوعاً فتكاد جميع وسائل التحليل الاحصائي تعتمد عليه، ويمكن تعريف "بأنه الجذر التربيعي الموجب للوسط الحسابي لمربعات إنحرافات القيم عن وسطها الحسابي، أي هو الجذر التربيعي الموجب للتباين".[3] ويرمز للانحراف المعياري للمجتمع بالرمز (σ) والانحراف المعياري للعينة بالرمز (S).

حالة البيانات غير المبوبة:

إذا كانت لدينا البيانات التالية: $(x_1, x_2, x_3 \ldots . x_n)$ و وسطها الحسابي $(\bar{x})$ فإن الانحراف المعياري يعطى بالمعادلة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

مثال 06: إذا كانت لدينا البيانات التالية: 10 ، 12، 18، 16، 20، 14

المطلوب: أوجد الانحراف المعياري للبيانات السابقة؟

X_i	10	12	18	16	20	14	$\sum$
$X_i - \bar{X}$	10-15	12-15	18-15	16-15	20-15	14-15	0
$\lvert X_i - \bar{X} \rvert$	5	3	3	1	5	1	18
$(x_i - \bar{x})^2$	25	9	9	1	25	1	70

1 - شفيق العتوم، مرجع سابق، ص 161.
2 عبدالعزيز فهمي هيكل، مرجع سابق، 271.
3 - محمد راتول، مرجع سابق، ص 144.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{70}{6}} = \sqrt{11.6666} = 3.41$$

في حالة البيانات الكمية (المتقطع – المتصل):

إذا كانت لدينا البيانات التالية: $(x_1, x_2, x_3 \dots . x_n)$ تكراراتها على التوالي $(n_1, n_2, \dots n_i)$ فإن انحرافها المعياري يعطى بالعلاقة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}}$$

مثال 07: أوجد الانحراف المعياري لتوزيع التكراري التالي: $\bar{X} = 32.5$

$n_i . (x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})$	x_i	n_i التكرارات	الفئات
800	100	-10	22.5	8	25-20
300	25	-5	27.5	12	30-25
0	0	0	32.5	16	35-30
300	25	+5	37.5	12	40-35
800	100	+10	42.5	8	45-40
2200		ــــــ	ــــــ	56	المجموع

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{2200}{56}} = \sqrt{39.2857} = 6.267$$

التباين $(\boldsymbol{Variance})$: و هو مربع الانحراف المعياري ويرمز له بالرمز (σ^2).

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}$$

بالعودة إلى المثال أعلاه، نجد التباين يساوي:

$$\sigma^2 = \sqrt{39.28}^2 = 39.28$$

مقاييس التشتت النسبي: تستخدم مقاييس التشتت المطلق التي سبق ذكرها (المدى، والانحراف المتوسط، والانحراف المعياري والتباين) لقياس تشتت قيمة متغير حول قيمتها المتوسطة فكلما كان هذا التشتت صغيراً كلما أمكن الاعتماد على نتيجة مقاييس النزعة المركزية، كما أنه باستخدام مقاييس التشتت المطلق يمكن مقارنة أكثر من مجموعة من القيم مع بعضها البعض وهذا ممكن فقط في حالة كون وحدة القياس للمتغيرين المراد المقارنة بينهما واحدة، أما في حالة اختلاف وحدة القياس أو اختلاف المتوسطات، فإن مقاييس التشتت المطلق تصبح غير مجدية.

وللتخلص من هذه المشكلة يمكن استخدام مقياس نسبي للتشتت لا يتأثر بوحدات القياس المستخدمة في كل من التوزيعين، كذلك إن استخدام التشتت النسبي لا يقتصر فقط على التخلص من مشكلة اختلاف وحدة القياس، بل أيضاً لمقارنة التوزيعات التي يوجد فيها فرق كبير بين متوسطاتها، حتى لو كان لها نفس وحدة القياس.

7. معامل الاختلاف C.V $(Coefficient\ of\ Variation)$:

يعرف معامل الاختلاف بأنه النسبة المائوية للإنحراف المعياري على الوسط الحسابي، وبما أن وحدات القياس في كل من الانحراف المعياري والوسط الحسابي واحدة، فإنه تختزل من بسط ومقام المعادلة، ويكون بذلك معامل الاختلاف قيمة نسبية،[1] ويعرف بالعلاقة التالية:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}\ .100 \qquad \text{بالنسبة للمجتمع}$$

$$CV = \frac{S}{\overline{X}}\ .100 \qquad \text{بالنسبة للعينة}$$

مثال 01: أوجد معامل الاختلاف للمثال السابق: $\overline{X} = 32.5$ ، $\sigma = 6.267$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}\ .100 = \frac{6.267}{32.5}\ .100 = \ 19.28\ \%$$

مثال 02: لتكن لدينا مجموعتين من علامات الطلبة في مادة الإحصاء كالتالي:

المجموعة الأولى	4	8	16	12	10	11	15
المجموعة الثانية	10	9	8	12	11	14	13

المطلوب: أحسب معامل الاختلاف للمجموعتين وقارن بينهما؟

الحل: حساب المتوسط الحسابي:

$$\overline{X_1} = \frac{76}{7} = \ 10.86 \qquad \overline{X_2} = \frac{77}{7} = 11$$

[1] - محمد راتول، مرجع سابق، ص 148.

المجموعة الأولى	4	8	16	12	10	11	15	—
$(x_i-\overline{x_1})^2$	47.06	8.18	26.42	1.23	0.74	0.02	17.14	100.79
المجموعة الثانية	10	9	8	12	11	14	13	—
$(x_i-\overline{x_2})^2$	1	4	9	1	0	9	4	28

$$\sigma_1=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x_1})^2}{N}}=\sqrt{\frac{100.79}{7}}=\sqrt{14.39}=\ 3.79$$

$$\sigma_2=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x_2})^2}{N}}=\sqrt{\frac{28}{7}}=\sqrt{4}=\ 2$$

$$CV_1=\frac{\sigma_1}{\overline{x_1}}\,.100=\frac{3.79}{10.86}.100=34.89\%$$

$$CV_2=\frac{\sigma_2}{\overline{x_2}}\,.100=\frac{2}{11}.100=18.18\%$$

إذاً المجموعة الثانية أكثر تشتت و تغير من المجموعة الأولى التي قيمها أكثر تقارب وتجانس.

8. معامل الانحراف الربيعي:

يستخدم معامل الاختلاف الربيعي لقياس درجة التشتت النسبي لمجموعة من القيم أو لتوزيع معين، ويمكن إيجاده وفقاً للصيغة الآتية:

$$Q.C.V=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}\,.100$$

في حالة الجداول التكرارية المفتوحة والتي لا يمكننا عندها حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، لذلك نستخدم صيغة أخرى تعتمد على الربيعين الأعلى والأدنى.

مثال 01: بالعودة إلى المثال السابق الخاص بالمتغير الكمي المستمر كان لدينا الربيعين:

$$Q_1=27.5\ \ ,\ \ Q_3=37.5$$

المطلوب: أحسب معامل الاختلاف الربيعي؟

$$Q.C.V=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}\,.100=\frac{37.5-27.5}{37.5+27.5}.100=15.38\ \%$$

تمارين الفصل لرابع

التمرين 01: لتكن لدينا السلسلة التالية من القيم:

9 ، 18، 14، 10، 15، 8، 16، 12، 11، 17

المطلوب: أحسب كل من: المدى العام، المدى الربيعي، نصف المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف الربيعي، التباين، معامل الإختلاف.

التمرين 02: إذا كان لدينا الانحراف المعياري لمجموعة من القيم يساوي $\sigma = 2$ وكان مجموع مربع فرق القيم عن الوسط الحسابي يساوي $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 400$ والمتوسط الحسابي لهذه القيم يساوي $\bar{x} = 9$.

المطلوب: أوجد عدد القيم n و أحسب معامل الاختلاف؟

التمرين 03: إذا كانت لديك القيم التالية: 12، 14، α، 18، β، 10. مع العلم بأن متوسطها الحسابي $\bar{X} = 12$ و الانحراف المعياري يساوي $\sigma = 3.415$.

المطلوب: أوجد قيم كل من α، β؟

التمرين 04: ليكن لديك التوزيع التالي:

x_i	2	3	4	5	6	7	8
n_i	4	6	8	12	9	5	3

المطلوب: **1**/ أحسب المتوسط الحسابي، والوسيط والمنوال؟

2/ أحسب كل من المدى العام والمدى الربيعي؟

3/ أحسب الانحراف المتوسط والانحراف المعياري؟

4/ أحسب معامل الإختلاف و معامل الإنحراف الربيعي؟

التمرين 05: لتكن لديك المعطيات التالية:

الفئات	13-7	19-13	25-19	31-25	37-31	43-37
التكرارات	12	18	16	14	8	4

المطلوب: أحسب كل من المدى العام، المدى الربيعي، نصف المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري، معامل الإختلاف، معامل الإنحراف الربيعي؟

التمرين 06: الجدول التالي يمثل علامات امتحان الاحصاء لمجموعتين من الطلبة:

العلامة	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
المجموعة 1	2	3	9	7	5	5	4	3	1	2	1
المجموعة 2	1	1	2	3	4	6	7	5	5	5	3

المطلوب: حساب الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف؟ وأي من المجموعتين علاماتها في مادة الإحصاء أفضل من الأخرى؟

التمرين 07: في أحدى مسابقات صيد السمك للهواة باستخدام بندقية الصيد تحت الماء، ومن شروط المسابقة أن يكون وزن السمكة فوق 5كلغ، ومن نوع الميرو فقط، والجدول التالي يبين لنا عدد الأسماك المصتادة لمجموعة من الصيادين:

عدد الأسماك	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد الصيادين	2	4	6	10	14	12	8	4

المطلوب: أحسب الانحراف المعياري والتباين، والانحراف المتوسط، ومعامل الاختلاف؟

التمرين 08: البيانات التالية تمثل التكاليف المدفوعة كثمن للاستهلاك الطاقة الكهربائية خلال الثلاثي الأولى من سنة 2021 لمجوعة من البيوت بأحد الأحياء السكنية بمدينة البليدة.

المبالغ (دج 10^3)	15-10	20-15	25-20	30-25	35-30	40-35
عدد البيوت	10	18	26	20	17	9

المطلوب: أحسب المدى العام، و الانحراف المعياري، والانحراف المتوسط، ومعامل الاختلاف؟

التمرين 09: إذا توفرت لديك أوزان خمسة لاعبين كرة القدمة لفرق ما، وهي: 55، 60، 65، 70، 75 وتم حساب بعض مقاييس التشتت لهذه الأوزان.

المطلوب: ضع العلامة (✓) في الخانة المناسبة:

1/ المدى العام (R) يساوي:

5 ☐ 10 ☐ 15 ☐ 20 ☐ قيمة أخرى ☐

2/ الانحراف المتوسط (MD) يساوي:

6 ☐ 11 ☐ 16 ☐ 21 ☐ قيمة أخرى ☐

3/ الانحراف المعياري (σ) يساوي:

6.005 ☐ 5.071 ☐ 8.061 ☐ قيمة أخرى ☐

4/ التباين (σ^2) يساوي:

25 ☐ 50 ☐ 100 ☐ 75 ☐ قيمة أخرى ☐

5/ معامل الاختلاف (CV) يساوي:

10 ☐ 60 ☐ 101 ☐ 99 ☐ قيمة أخرى ☐

التمرين 10: البيانات التالية تمثل كميات الحليب التي يتم إنتاج لمجموعتين من الأبقار في مزرعتين خلال شهر جانفي من سنة 2021

الفئات (بالتر 10^3)	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20
المزرعة الأولى	7	12	29	22	18	12
المزرعة الثانية	4	22	25	30	14	5

المطلوب: 1/ أحسب الانحراف المتوسط والانحراف المعياري و معامل الاختلاف؟

2/ قارن بين المزرعتين من حيث إنتاج الحليب، وأيهما أفضل؟

حلول تمارين الفصل الرابع

حل التمرين 01: لتكن لدينا السلسلة التالية من القيم:

8، 9 ، 10، 11، 12، 14، 15، 16، 17، 18.

المدى العام: $\boldsymbol{R = X_{max} - X_{min} = 18 - 8 = 10}$

حساب الربيع الأول Q_1:

رتبة الربيع الأول هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (10+1)\left(\frac{1}{4}\right) = 2.75$

يقع الربيع الأول بين القيمتين: $X_e < Q_1 < X_k \quad \Rightarrow 9 < Q_1 < 10$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 2 \quad , R = 2.75 \quad , \quad X_e = 9 , \quad X_k = 10$

$$\boldsymbol{Q_1} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 9 + 0.75(10-9) = \boldsymbol{9.75}$$

حساب الربيع الثالث Q_3:

رتبة الربيع الثالث هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (10+1)\left(\frac{3}{4}\right) = 8.25$

يقع الربيع الثالث بين القيمتين: $X_e < Q_3 < X_k \quad \Rightarrow 16 < Q_3 < 17$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 8 \quad , R = 8.25 \quad , \quad X_e = 16 , \quad X_k = 17$

$$\boldsymbol{Q_3} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 16 + 0.25(17-16) = \boldsymbol{16.25}$$

$$QR = Q_3 - Q_1 = 16.25 - 9.75 = 6.5$$

نصف المدى الربيعي:

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{QR}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{16,25 - 9,75}{2} = 3,25$$

حساب الانحراف المتوسط:

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i - \bar{X}|}{N} = \frac{30}{10} = 3$$

لكن قبل ذلك يجب حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{8+9+10+11+12+14+15+16+17+18}{10} = 13$$

$\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	**30**
$(x_i - \bar{x})^2$	25	16	9	4	1	1	4	9	16	25	**110**

الانحراف الربيعي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{110}{10}} = 3.32$$

التباين: $\sigma^2 = \sqrt{110/10}^2 = 11$

معامل الإختلاف: $CV = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100 = \frac{3.32}{13} \cdot 100 = 25{,}54\ \%$

حل التمرين 02:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{N}} \Leftrightarrow 2 = \sqrt{\frac{400}{N}} \Leftrightarrow 4 = \frac{400}{N} \Rightarrow N = 100$$

معامل الإختلاف: $CV = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100 = \frac{2}{9} \cdot 100 = 22{,}22\ \%$

حل التمرين 03: إذا كانت لديك القيم التالية: 12، 14، α، 18، β، 10. مع العلم بأن متوسطها الحسابي $\bar{X} = 12$ و الانحراف المعياري يساوي $\sigma = 3.415$، تعيين كل من α، β:

$$\bar{X} = \frac{12 + 14 + \alpha + 18 + \beta + 10}{6} \Leftrightarrow \mathbf{72 = 54 + \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}}$$

$$\mathbf{18 = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \ \ldots\ldots (01)}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{N}} \Leftrightarrow 3{,}415 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{6}} \Leftrightarrow$$

$$3{,}415^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{6} \Leftrightarrow 70 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow$$

$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$	**0**	**4**	$(\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{12})^2$	**36**	$(\boldsymbol{\beta} - \mathbf{12})^2$	**4**

$$70 = 44 + (\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{12})^2 + (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{12})^2 \Leftrightarrow 26 = (\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{12})^2 + (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{12})^2$$

$$\begin{cases} \mathbf{18 = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}} \\ 26 = (\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{12})^2 + (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{12})^2 \end{cases} \begin{cases} \alpha = 18 - \beta \\ 26 = (18 - \beta - 12)^2 + (\beta - 12)^2 \end{cases}$$

$$26 = (18 - \beta - 12)^2 + (\beta - 12)^2 \Rightarrow 26 = (6 - \beta)^2 + (\beta - 12)^2$$

$$26 = 36 - 12\beta + \beta^2 + \beta^2 - 24\beta + 144$$
$$2\beta^2 - 36\beta + 154 = 0 \Rightarrow \beta^2 - 18\beta + 77 = 0$$

نقوم بحل المعادلة من الدرجة الثانية فنحصل على الحلول التالية:

$$(\beta - 7).(\beta - 11) = 0 \begin{cases} \beta_1 = 7 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = 11 \\ \text{أو} \\ \beta_2 = 11 \quad \Rightarrow \quad \alpha_2 = 7 \end{cases}$$

حل التمرين 04: ليكن لديك التوزيع التالي:

x_i	2	3	4	5	6	7	8	المجموع
n_i	4	6	8	12	9	5	4	48
$x_i\,.\,n_i$	8	18	32	60	54	35	32	239
$N\uparrow$	4	10	18	30	39	44	48	
$n_i\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	12	12	8	0	9	10	12	63
$n_i\,.\,(x_i - \bar{x})^2$	36	24	8	0	9	20	36	133

ج 1/ حساب المتوسط الحسابي:

$$\boldsymbol{\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{239}{48} = 4,98 \approx 5}$$

حساب الوسيط: نقوم بإجراء التكرارات التجميعية الصاعدة في الجدول: ثم نبحث عن الرتبة الوسيطية:

$$\frac{48}{2} = 24 \qquad \Rightarrow \text{تقابل القيمة} \quad M_e = 5$$

المنوال: هو القيمة الأكثر تكراراً: وعليه فإن المنوال هو: $M_o = 5$

ج2/ أحسب كل من المدى العام والمدى الربيعي:

$$\boldsymbol{R = X_{max} - X_{min} = 8 - 2 = 6}$$

الربيعي الأول Q_1: بعد وضع التكرارات المتجمعة الصاعدة، نقوم بالبحث عن رتبة الربيعي الأول:

$\frac{48}{4} = 12$ وعليه فإن القيمة 12 تقابل قيمة الربيعي الأول: $Q_1 = 4$

الربيعي الثالث Q_3: بعد وضع التكرارات المتجمعة الصاعدة، نقوم بالبحث عن رتبة الربيعي الثالث:

$\frac{48.3}{4} = 36$ وعليه فإن القيمة 36 تقابل قيمة الربيعي الثالث: $Q_3 = 6$

المدى الربيعي: $QR = Q_3 - Q_1 = 6 - 4 = 2$

ج 3/ حساب الانحراف المتوسط والانحراف المعياري:

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i |X_i - \bar{X}|}{\sum n_i} = \frac{63}{48} = 1,31$$

الإنحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \,.\, (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{133}{48}} = 1,66$$

ج 4/ حساب معامل الإختلاف و معامل الإنحراف الربيعي:

نسبة التشتت هي $CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \,.\, 100 = \frac{1.66}{5} \,.\, 100 = 33,2\ \%$

حساب معامل الانحراف الربيعي: يستخدم معامل الاختلاف الربيعي لقياس درجة التشتت النسبي لمجموعة من القيم أو لتوزيع معين، ويمكن إيجاده وفقاً للصيغة الآتية:

$$Q.C.V = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \,.\, 100 = \frac{8-2}{8+2} \,.\, 100 = 60\ \%$$

حل التمرين 05: جدول التوزيع التكراري:

$n_i \,.\, (x_i - \bar{x})^2$	$n_i \lvert X_i - \bar{X} \rvert$	$N \uparrow$	$x_i \,.\, n_i$	x_i	n_i	الفئات
1728	144	12	120	10	12	13-7
648	108	30	288	16	18	19-13
0	0	46	352	22	16	25-19
504	84	60	392	28	14	31-25
1152	96	68	272	34	8	37-31
1296	72	72	160	40	4	43-37
5328	**504**		**1584**	—	**72**	**المجموع**

حساب المتوسط الحسابي: $\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1584}{72} = 22$

المدى العام $R = X_{max} - X_{min} = 43 - 7 = 36$

حساب المدى الربيعي و نصف المدى الربيعي:

حساب الربيعي الأول: نقوم بإجراء التكرارات التجميعية الصاعدة: ثم نبحث عن الفئة الربيعية الأولى:

وعليه فإن فئة الربيعي الأول هي $\frac{(72).1}{4} = 18 \quad \Rightarrow]19 - 13]$

$$Q_1 = \text{A} + \frac{\frac{1.\sum N}{4} - N_{n-1}}{N_{Q_1}}.K = 13 + \frac{18-12}{18}.6 = \mathbf{15}$$

حساب الربيعي الثالث: نقوم بإجراء التكرارات التجميعية الصاعدة: ثم نبحث عن الفئة الربيعية الثالث:

$$\frac{(72).3}{4} = 54 \quad \Rightarrow]31-25[$$ وعليه فإن فئة الربيعي الثالث هي

$$Q_3 = \text{A} + \frac{\frac{3.\sum N}{4} - N_{n-1}}{N_{Q_3}}.K = 25 + \frac{54-46}{14}.6 = \mathbf{28,43}$$

$$QR = Q_3 - Q_1 = 28{,}43 - 15 = \mathbf{13,43}$$

نصف المدى الربيعي $= \frac{QR}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{28{,}43 - 15}{2} = \mathbf{6,715}$

حساب الانحراف المتوسط والانحراف المعياري:

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i |X_i - \bar{X}|}{\sum n_i} = \frac{504}{72} = \mathbf{7}$$

الإنحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{5328}{72}} = \sqrt{74} = \mathbf{8,6}$$

ج 4/ حساب معامل الإختلاف و معامل الإنحراف الربيعي:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}.100 = \frac{8{,}6}{22}.100 = \mathbf{39}\ \%$$ نسبة التشتت هي

حساب معامل الانحراف الربيعي: يستخدم معامل الاختلاف الربيعي لقياس درجة التشتت النسبي لمجموعة من القيم أو لتوزيع معين، ويمكن إيجاده وفقاً للصيغة الآتية:

$$Q.C.V = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}.100 = \frac{28{,}43 - 15}{28{,}43 + 15}.100 = \mathbf{30,92}\ \%$$

حل **التمرين 06**: الجدول يمثل علامات امتحان الاحصاء لمجموعتين من الطلبة:

العلامة x_i	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	المجموع
المجموعة 1	2	3	9	7	5	5	4	3	1	2	1	**42**
$x_i\,.\,n_i$	16	27	90	77	60	65	56	45	16	34	18	**504**
$n_i\,.(x_i-\overline{x})^2$	32	27	36	7	0	5	16	27	16	50	36	**252**
المجموعة 2	1	1	2	3	4	6	7	5	5	5	3	**42**
$x_i\,.\,n_i$	8	9	20	33	48	78	98	75	80	85	54	**588**
$n_i\,.(x_i-\overline{x})^2$	36	25	32	27	16	6	0	5	20	45	48	**260**

$$\begin{cases} \overline{x_1} = \dfrac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \dfrac{504}{42} = 12 \\ \overline{x_2} = \dfrac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \dfrac{588}{42} = 14 \end{cases}$$

حساب الانحراف المعياري:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i\,.(x_i-\bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\dfrac{252}{42}} = 2.449 \\ \sigma_2 = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i\,.(x_i-\bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\dfrac{260}{42}} = 2{,}488 \end{cases}$$

نلاحظ بأن الانحراف المعياري بين المجموعتين لا يكشف لنا مدى تشتت أو التجانس بين المجموعتين.

حساب معامل الاختلاف:

$$\begin{cases} CV_1 = \dfrac{\sigma}{\overline{X}}\,.100 = \dfrac{2{,}449}{12}.100 = 20{,}4\ \% \\ CV_2 = \dfrac{\sigma}{\overline{X}}\,.100 = \dfrac{2{,}488}{14}.100 = 17{,}77\% \end{cases}$$

كما نلاحظ هنا بأن معامل الاختلاف للمجموعة الثانية أحسن من معامل الإختلاف للمجموعة الأولى، وهو ما أكده الكتوسط الحسابي سابقاً، بحيث المتوسط الحسابي للمجموعة الثاني 14 وبالنسبة للمجموعة الأولى هو 12، وعليه فإن المجموعة الثانية أحسن وأفضل من الأولى.

حل التمرين 10:

الفئات	x_i	n_i ج 1	$x_i . n_i$	$n_i . (x_i - \bar{x})^2$	n_i ج 2	$x_i . n_i$	$n_i . (x_i - \bar{x})^2$
10–8	9	7	63	201,1072	4	36	94,4784
12–10	11	12	132	135,4752	22	242	76,1112
14–12	13	29	377	53,6384	25	325	18,49
16–14	15	22	330	9,0112	30	450	38,988
18–16	17	18	306	125,4528	14	238	138,0344
20–18	19	12	228	258,3552	5	95	132,098
المجموع		100	1436	783,04	100	1386	498,2

ج1/ حساب الانحراف المتوسط والانحراف المعياري:

أولاً نحسب المتوسط الحابي للمجموعتين:

$$\begin{cases} \overline{x_1} = \dfrac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \dfrac{1436}{100} = 14,36 \\ \overline{x_2} = \dfrac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \dfrac{1386}{100} = 13,86 \end{cases}$$

حساب الانحراف المعياري:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\dfrac{783,04}{100}} = 2,798 \\ \sigma_2 = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\dfrac{498,2}{100}} = 2,23 \end{cases}$$

حساب معامل الاختلاف:

$$\begin{cases} CV_1 = \dfrac{\sigma}{\overline{X}} . 100 = \dfrac{2,798}{14,36} . 100 = 19,48\ \% \\ CV_2 = \dfrac{\sigma}{\overline{X}} . 100 = \dfrac{2,23}{13,86} . 100 = 16,09\ \% \end{cases}$$

ج 2/ المقارنة بين المزرعتين من حيث إنتاج الحليب:

عندما نقارن بين المزرعتين من حيث متوسط الإنتاج نجد أن المزرعة الأولى متوسط إنتاجها أعلى من الثانية لكن باستخدام مؤشر الانحراف المعياري نجد أن الانحراف مستوى الإنتاج عن المتوسط الإنتاجي في المزرعة الأولى أكثر إنحرافاً منه بالنسبة للمزرعة الثانية، هذا وبالإضافة عند مقارنة معامل الاختلاف فقد نجده في المجموعة الأولى أكبر من المجموعة الثانية، وعليه يمكن القول بأن المجموعة الثانية أكثر تجانساً في انتاج الحليب.

الفصل الخامس: مقاييس الأشكال

1- تمهيد
2- العزوم
3- الالتواء
4- التدبب أو التفرطح

1. تمهيد

تصف مقاييس النزعة المركزية مدى مركز قيم الظاهرة حول نقطة معينة لكن مثلا الوسط الحسابي أو الوسيط أو القيمة الأكثر تكراراً لذلك التوزيع، أما مقاييس التشتت تحدد لنا مدى تباعد هذه القيم أو تقاربها من بعضها أو من المتوسط، فهي مقاييس تقيس ومدى تجانس أو تشتت التوزيعات الإحصائية.

ولكن توجد بعض الخصائص الأخرى لا يمكن وصفها أو إبرازها إلا من خلال استخدام مقاييس الالتواء والتفرطح، فقد نجد توزيعيين لهما نفس المتوسط والانحراف المعياري ولكنهما يختلفان في الشكل العام للتوزيع، حيث يستخدم الالتواء للتعبير عن تماثل المنحنى التكراري، أما مقاييس التفرطح تستخدم لقياس أو للتعبير عن مدى تدبب المنحنى التكراري، أما العزوم فتستخدم في حساب كل من مقاييس الالتواء والتفرطح.

وعليه سوف نتطرق في هذا الفصل إلى كل من مقاييس الإلتواء والتفرطح والعزوم كما يلي:

2. العزوم $Moments$

إن العزم لأي قوة هو مقدار العمل الذي تحدثه هذه القوة، ويتوقف ذلك العمل على عنصرين هما، القوة نفسها؛ والمسافة بين هذه القوة والنقطة التي عندها تحدث أثرها، وتعرف العزوم لتوزيع ما بأنها متوسط مجموع انحرافاتها عن قيمة اختيارية ومرفوعة لقوة معينة، وقد تكون القيمة الاختيارية وسط فرضي (قيمة ثابتة) أو الصفر أو الوسط الحسابي.[1]

يمكن تعريف العزوم لمجموعة من القيم حول أي وسط فرضي A، فإذا كان لدينا مجموعة القيم $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ فإن العزم حول الوسط الفرضي A يعرف كما يلي:[2]

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - A)^k}{n} \quad , \quad k = 0, 1, 2, \dots.$$

أنواع العزوم: تقسم العزوم إلى ثلاثة أنواع هي:

1- العزوم الصفرية؛

2- العزوم حول قيمة ثابتة؛

3- العزوم حول الوسط الحسابي.

أهمية العزوم: تكمن أهميتها في:

1- تحدد العزوم المركزية ما إذا كان التوزيع متماثل أو ملتوي؛

2- العزوم المركزية تحدد درجة تدبب أو تفرطح أو اعتدال التوزيع.

[1] - نادر شعبان السواح، مرجع سابق، ص 413.
[2] - شفيق العتوم، مرجع سابق، ص 177.

1.2. العزوم حول الصفر

إذا فرضنا أن $A = 0$ وبالتعويض في العلاقة السابقة نجد أن:

في حالة البيانات غير المبوبة (القيم المفردة):

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^k}{n} \qquad , \quad k = 0, 1, 2, ...$$

أما في حالة البيانات المبوبة (الجداول التكرارية):

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . {x_i}^k}{n} \qquad , \quad k = 0, 1, 2, ...$$

مثال 01: أوجد العزوم الأربعة الأولى حول الصفر للبيانات التالية:

5 ، 7 ، 10 ، 3 ، 2

الحل: نقوم بوضع الجدول التالي:

x_i^4	x_i^3	x_i^2	x_i^1	x_i
16	8	4	2	2
81	27	9	3	3
625	125	25	5	5
2401	343	49	7	7
10000	1000	100	10	10
13123	1503	187	27	المجموع

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^1}{n} = \frac{27}{5} = 5{,}4$$ وهي قيمة الوسط الحسابي

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2}{n} = \frac{187}{5} = 37{,}4$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^3}{n} = \frac{1503}{5} = 300{,}6$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^4}{n} = \frac{13123}{5} = 2624{,}6$$

مثال 02: المطلوب حساب العزوم الأربعة الأولى حول الصفر.

الفئات	n_i التكرارات	x_i	$n_i.x_i^{1}$	$n_i.x_i^{2}$	$n_i.x_i^{k}$	$n_i.x_i^{k}$
25-20	8	22,5	180	4050	91125	2050312,5
30-25	12	27,5	330	9075	249562,5	6862968,75
35-30	16	32,5	520	16900	549250	17850625
40-35	12	37,5	450	16875	632812,5	23730468,75
45-40	8	42,5	340	14450	614125	26100312,5
المجموع	**56**		**1820**	**78250**	**2136875**	**76594687,5**

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.x_i^{1}}{n} = \frac{1820}{56} = 32,5$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.x_i^{2}}{n} = \frac{78250}{56} = 1397,32$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.x_i^{3}}{n} = \frac{2136875}{56} = 38158,48$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.x_i^{4}}{n} = \frac{76594687,5}{56} = 1367762,277$$

2.2. العزوم حول الوسط الحسابي (العزوم المركزية)

تعرف هذه العزوم بأنها معدلات انحرافات قيم المفردات للمجتمع أو العينة عن الوسط الحسابي عندما تكون مرفوعة إلى قوة عدد صحيح موجب وهي التي تحدد درجة العزم حول المتوسط الحسابي.

في حالة البيانات غير المبوبة (القيم المفردة):

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^k}{n} \quad , \quad k = 0, 1, 2, ...$$

أما في حالة البيانات المبوبة (الجداول التكرارية):

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^k}{n} \quad , \quad k = 0, 1, 2, ...$$

فإذا كان:

$k = 0$ فإن $m_0 = 1$

$k = 1$ فإن $m_1 = 0$

$k = 2$ فإن $m_2 = \sigma^2$

مثال 03: البيانات التالية تمثل علامات ستة طلبة: 9، 11، 13، 16، 17، 18

المطلوب: حساب العزوم الأربعة الأولى حول الوسط الحسابي؟

أولاً: حساب المتوسط الحسابي: $\bar{x} = \frac{9+11+13+16+17+18}{6} = \frac{84}{6} = 14$

x_i	$(x_i-\bar{x})^1$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^3$	$(x_i-\bar{x})^4$
9	-5	25	125-	625
11	-3	9	27-	81
13	-1	1	1-	1
16	+2	4	8	16
17	+3	9	27	81
18	+4	16	64	256
المجموع	18	64	-54	1060

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i-\bar{x})^1}{n} = \frac{0}{6} = 0$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i-\bar{x})^2}{n} = \frac{64}{6} = 10{,}67$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i-\bar{x})^3}{n} = \frac{-54}{6} = -9$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i-\bar{x})^4}{n} = \frac{1060}{6} = 846{,}67$$

مثال 04: بالعودة إلى المثال السابق، أحسب العزوم الأربعة الأولى حول الوسط الحسابي (العزوم المركزية).

الفئات	n_i	x_i	$x_i.(x_i-\bar{x})^1$	$x_i.(x_i-\bar{x})^2$	$x_i.(x_i-\bar{x})^3$	$x_i.(x_i-\bar{x})^4$
25-20	8	22,5	-80	800	-8000	80 000
30-25	12	27,5	-60	300	-1500	7 500
35-30	16	32,5	0	0	0	0
40-35	12	37,5	+60	300	+1500	7 500
45-40	8	42,5	+80	800	+8000	80 000
المجموع	**56**		**0**	**2200**	**0**	**175 000**

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i-\bar{x})^1}{n} = \frac{0}{56} = 0$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{2200}{56} = 39{,}28$$
$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^3}{n} = \frac{0}{56} = 0$$
$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^4}{n} = \frac{175\,000}{56} = 3\,125$$

3. الإلتواء

يقصد بكلمة التواء هو بعد المنحنى عن التماثل، وتعد خاصية التماثل من الصفات التي تحدد صورة المجتمع الإحصائي بصورة واضحة وتبين خصائصه، وكل خاصية أخرى مضافة تحدد جانباً أخراً من صفات المجتمع الإحصائي، فإن صفة التماثل تعطي الباحث ملامح واضحة عن طبيعة تلك المجتمعات قيد الدراسة والتحليل.

أهمية الالتواء: للإلتواء أهمية في الدراسات الإحصائية، وتكمن أهميته في:

– الالتواء يحدد شكل التوزيع؛

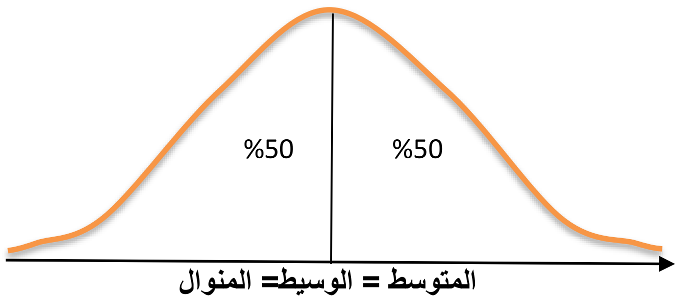
– الالتواء يستخدم للمقارنة بين توزيعان من حيث شكل التوزيع؛

– المتوسط والتشتت لايكفيان لوصف التوزيعات التكرارية ومقارنتها، فقد يتساوي توزيعان في متوسطهما وفي درجة تشتتهما، ومع ذلك يختلفان من حيث شكل التوزيع.

1.3. أنواع الالتواء

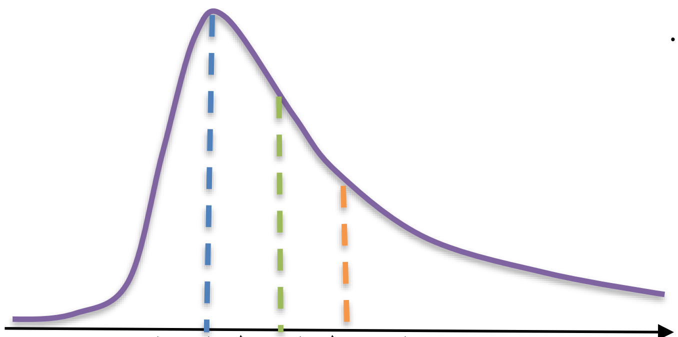
والالتواء أنواع فمن التوزيعات ما كان التواؤه معتدلاً ومنها ما كان التواؤه حاداً ومنها ما كان التواؤه موجباً ومنها كان التواؤه سالباً، ولقد اشرنا إلى جميع تلك التوزيعات عند الحديث عن أشكال وأنواع المنحنيات التكرارية، وهذا ما سوف نعيد التطرق إليه في هذا الجزء.

توزيعات معتدلة الالتواء أو متماثلة: وفي هذه الحالة فإن خط أكبر تكرار التوزيع يقسم مساحة تحت المنحنى إلى جزئين متساويين في المساحة ويسمى خط أكبر تكرار محور التماثل، كما هو موضح في الشكل الموالي:



كما نلاحظ بأن تزايد وتناقص التكرارات متشابها ومنتظمة بطريقة متماثلة على جانبي المحور الرسي، والالتواء يساوي صفر، ويكون فيه الوضع النسبي للمتوسطات: $\bar{X} = M_e = M_o$

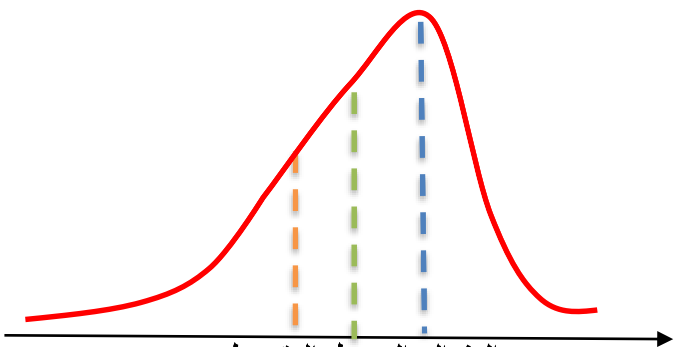
توزيعات ملتوية ناحية اليمين أو توزيعات ذات التواء موجب: وفي هذه الحالة يكون خط أكبر تكرار للتوزيع يقسم التوزيع إلى جزئين غير متساويين في المساحة تحت المنحنى، ويكون منحنى التوزيع ممتد إلى الجهة الواقعة بعد قيمة الوسط الحسابي إلى مسافة أطول من امتداد جزءه الواقع قبل قيمة الوسط الحسابي، أي ذيل التوزيع يكون جهة اليسار.



ويكون فيه الوضع النسبي للمتوسطات: $\bar{X} \geq M_e \geq M_o$

توزيعات ملتوية ناحية اليسار أو توزيعات ذات التواء السالب: وفي هذه الحالة يكون خط أكبر تكرار للتوزيع يقسم التوزيع إلى جزئين غير متساويين في المساحة تحت المنحنى، ويمتد ذيل المنحنى التكراري فيه إلى اليسار

ويكون الوضع النسبي للمتوسطات فيه: $\bar{X} \leq M_e \leq M_o$



2.3. أنواع مقاييس الالتواء

توجد عدة مقاييس لقياس درجة الإلتواء لتوزيعات التكرارية، فمنها مقاييس مطلقة ونسبية، وهي:

طريقة بيرسون $Person$ في قياس الإلتواء: وتأخذ هذه الطريقة العلاقة بين المتوسطات:

$$P_1 = \frac{\bar{X} - M_O}{\sigma} \quad , \quad \text{معامل بيرسون للالتواء} = \frac{\text{المتوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

ويمكن الحكم على شكل التوزيع من خلال الإشارة التي يأخذها هذا المعامل، والتي تتراوح بين ± 1:

إذا كان $P = 0$ فإن منحنى التوزيع متماثل؛

إذا كان $P \leq 0$ فإن منحنى التوزيع يكون مائل نحو اليمين (موجب الالتواء)؛
إذا كان $P \geq 0$ فإن منحنى التوزيع يكون مائل نحو اليسار (سالب الالتواء).
كما يوجد معامل بيرسون الثاني و هو:

$$P_2 = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{\sigma} \quad , \quad \text{معامل بيرسون للالتواء} = \frac{3.(\text{المتوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

معامل باولي $Bowley$ للالتواء: ويسمى كذلك بمعامل الالتواء الربيعي، وهو أسهل في الحساب من طريقة بيرسون، بحيث يستخدم العلاقة بين الربيعي الأعلى والأدنى والوسيط، والصيغة القانونية هي:

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{\left(\text{الربيعي الاعلى} - \text{الوسيط}\right) - \left(\text{الوسيط} - \text{الربيعي الأدنى}\right)}{\text{الربيعي الاعلى} - \text{الربيعي الادنى}}$$

$$\gamma_Q = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M_e}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$$

معامل كيلي $Kelly$: لأخذ أكبر نسبة من القيم في قياس الالتواء اقترح كيلي استخدام الفرق بين بعد العشير الأول والعشير التاسع عن الوسيط لقياس الالتواء:

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{\left(\text{العشير التاسع} - \text{الوسيط}\right) - \left(\text{الوسيط} - \text{العشير الأول}\right)}{\text{العشير التاسع} - \text{العشير الأول}}$$

$$\gamma_D = \frac{D_9 + D_1 - 2M_e}{D_9 - D_1}$$

معامل الإلتواء المئيني: كما يمكن استخدام المئيني الأعلى والمئيني الأدنى في قياس الإلتواء.

$$\gamma_P = \frac{P_{90} + P_{10} - 2M_e}{P_{90} - P_{10}} = \frac{P_{90} + P_{10} - 2P_{50}}{P_{90} - P_{10}}$$

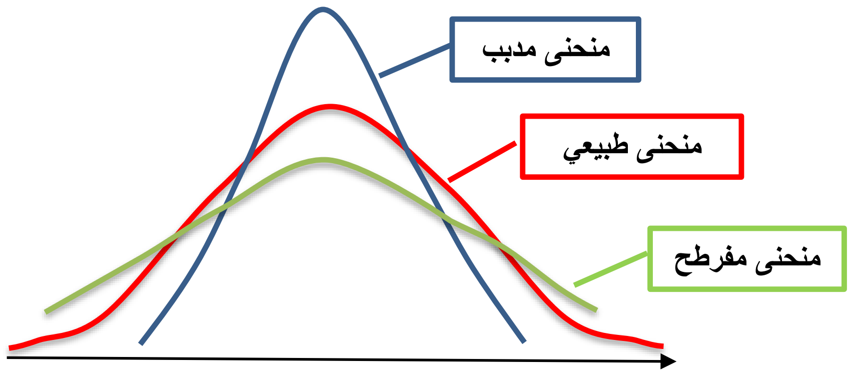
معامل الالتواء العزومي: يستخدم العزم الثالث حول المتوسط لقياس الالتواء، لأن إشارة العزم الثالث موجبة إذا كان الالتواء ناحية اليمين وسالبة إذا كان الالتواء ناحية اليسار، ونرمز له بالرمز F.

$$\text{F} = \frac{m_3}{\sigma^3} \quad , \quad \text{معامل الالتواء} = \frac{\text{العزم الثالث حول الوسط}}{\text{مكعب الانحراف المعياري}}$$

4. التدبب أو التفرطح *Kurtosis*

قد تتساوى منحنيات التوزيعات التكرارية في المتوسطات الحسابي والتشتت والالتواء ولكنها قد تختلف بعضها عن بعض من حيث شكل القمة، فالقمة العالية والضيقة حول الوسط الحسابي تسمى قمة مدببة، أما القمة المنخفضة والمتسعة حول المتوسط الحسابي فتسمى قمة مفلطحة، أما قمة منحنى التوزيع الطبيعي فتسمى قمة معتدلة.[1]

ويعد التفرطح احد خصائص التوزيعات التكرارية، فإذ أردنا قياس مقدار التفرطح أو التدبب لأي توزيع، فإن ذلك يتم بالقياس للمنحنى التوزيع الطبيعي (المتماثل)، والتمثيل البياني التالي يوضح ذلك.



قياس التفرطح: ويمكن قياس التفرطح باستخدام أحد الطريقتين التاليتين:

استخدام بعض مقاييس الموقع: يستخدم مقاييس الموقع الربعيين الأدنى والأعلى والمئينين الأدنى والأعلى، وهذا بتطبيق العلاقة التالية:

$$K=\frac{\frac{1}{2}(Q_3-Q_1)}{P_{90}-P_{10}},\quad \text{معامل التفرطح المئيني}=\left(\frac{1}{2}\right).\frac{\text{الربيعي الأعلى}-\text{الربيعي الأدنى}}{\text{المئين التسعون}-\text{المئين العاشر}}$$

استخدام العزوم في قياس التفرطح (معامل فيشر): حيث يحسب معامل التفرطح باستخدام العزم الرابع حول المتوسط والانحراف المعياري مرفوع القوة أربعة.

$$K=\frac{m_4}{\sigma^4}$$

ومعامل التفرطح في التوزيع الطبيعي يساوي 3، ومنه يمكن وصف منحنى التوزيع من حيث التفرطح والتدبب كما يلي:

- إذا كان $K=3$: فإن منحنى التوزيع معتدلا
- إذا كان $K>3$: فإن منحنى التوزيع مدببا
- إذا كان $K<3$: فإن منحنى التوزيع منبسطا – مفرطح.

[1] - محمد محمد جبر المغربي، مرجع سابق، ص 610.

تمارين الفصل الخامس

التمرين 01: البيانات التالية تمثل الزمن الذي يقضيه 16 طالب بانتظار القطار للذهاب إلى الجامعة:

12 ، 16 ، 13 ، 4 ، 18 ، 8 ، 10 ، 5 ، 12 ، 4 ، 11 ، 15 ، 3 ، 6 ، 9 ، 14

المطلوب: 1/ أحسب كل من المتوسط الحسابي و الوسيط والمنوال؟

2/ أحسب الربيعي الأول والثالث والعشير الأول والتاسع؟

3/ أحسب التباين والانحراف المعياري؟

4/ أحسب معامل الاختلاف ومعامل الاختلاف الربيعي؟

5/ أحسب العزم حول الصفر للعزوم الثالثة الأولى؟

6/ أحسب العزم حول المتوسط للعزوم الأربعة الأولى؟

7/ أحسب معامل الالتواء لبيرسون الثاني و معامل الالتواء باولي وكيلي؟

8/ أحسب معامل التفرطح لفيشر والمئيني؟

التمرين 02: ليكن لدينا التوزيع التكراري التالي:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	المجموع
التكرارات	12	22	26	20	8	6	4	2	100

المطلوب: 1/ أحسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال؟

2/ أحسب الانحراف المعياري والتباين؟

3/ أحسب العزم حول المتوسط للعزوم الأربعة الأولى؟

4/ أحسب معامل الالتواء لبيرسون الأول و معامل الالتواء باولي وكيلي؟

5/ أحسب معامل التفرطح لفيشر والمئيني؟

التمرين 03: الجدول التكراري التالي يبين توزيع 100 عامل في أحد المؤسسات حسب العمر بالسنوات:

الفئات	25-20	30-25	35-30	40-35	45-40	50-45	55-50	60-55	المجموع
التكرار	2	8	20	28	20	12	6	4	100

المطلوب: 1/ أحسب معامل بيرسون للالتواء؟

2/ أحسب كل منمعامل باولي وكيلي للالتواء؟

3/ حساب العزوم الأربعة الأولى حول كل من الصفر والوسط الحسابي؟ ومن ثم حساب معامل التواء العزوم؟

التمرين 04: ليكن لديك جدول التوزيع التكراري التالي:

الفئات	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	المجموع
التكرار	8	12	16	12	8	56

المطلوب: 1/ أحسب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري؟

2/ أحسب معامل الاختلاف؟

3/ أحسب معامل الالتواء لبرسون؟

4/ أحسب معامل التفرطح المئيني ومعامل التفرطح لفيشر؟

التمرين 05: البيانات التالية تمثل المبالغ الشهرية المدفوعة كثمن للطاقة الكهربائية المستهلكة في البيوت.

الفئات 10^3دج	1–3	3–5	5–7	7–9	9–11	11–13	المجموع
التكرار	16	30	24	14	10	6	100

المطلوب: 1/ أحسب المتوسط الحسابي للمبالغ الشهرية المدفوعة عن إستهلاك الطاقة الكهربائية؟

2/ حدد كل من المنوال والوسيط؟

3/ أحسب كل من الربيعي الأول والثالث و المئيني التسعون والمئيني العاشر؟

4/ أحسب الانحراف المتوسط والانحراف المعياري؟

5/ أحسب كل منمعامل الاختلاف ومعامل الاختلاف الربيعي؟

6/ أحسب المعاملات الالتواء التالية: بيرسون ، باولي ، كيلي، ومعامل الالتواء العزومي؟

7/ أحسب معامل كيلي للتفلطح؟

8/ استخدام العزوم في قياس التفرطح (معامل فيشر)؟

حلول تمارين الفصل الخامس

حل التمرين 01: ج 1/ أحسب كل من المتوسط الحسابي و الوسيط والمنوال:

$(x_i-\bar{x})^4$	$(x_i-\bar{x})^3$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^1$	x_i^3	x_i^2	x_i^1	$(x_i-\bar{x})$	x_i
2401	343-	49	-7	27	9	3	49	3
1296	216-	36	-6	64	16	4	36	4
1296	216-	36	-6	64	16	4	36	4
625	125-	25	-5	125	25	5	25	5
256	64-	16	-4	216	36	6	16	6
16	8-	4	-2	512	64	8	4	8
1	1-	1	-1	729	81	9	1	9
0	0	0	0	1000	100	10	0	10
1	1	1	+1	1331	121	11	1	11
16	8+	4	+2	1728	144	12	4	12
16	8+	4	+2	1728	144	12	4	12
81	27+	9	+3	2197	169	13	9	13
256	64+	16	+4	2744	196	14	16	14
625	125+	25	+5	3375	225	15	25	15
1296	216+	36	+6	4096	256	16	36	16
4096	512+	64	+8	5832	324	18	64	18
12278	**12–**	**326**	**0**	**2568**	**1926**	**160**	**326**	المجموع

المتوسط الحسابي

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{160}{16}=10$$

الوسيط: أولاً نقوم بترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً، ثم نبحث عن رتبة الوسيط:

18 16 15 14 13 12 12 11 10 9 8 6 5 4 4 3

عدد القيم عدد زوجي 16، وعليه نبحث عن رتبتي الوسطين، ثم نجمع القمتين ونقسم على 2:

$$\begin{cases} \frac{n}{2}=\frac{16}{2}=8 \quad \Rightarrow \quad M_1=10 \\ \frac{n}{2}+1=\frac{16}{2}+1=9 \quad \Rightarrow \quad M_2=11 \end{cases} \Rightarrow M_e=\frac{10+11}{2}=11{,}5$$

المنوال: يقابل أكبر تكرار: $M_o=\{4\ ,12\}$

ج 2/ أحسب الربيعي الأول والثالث والعشير الأول والتاسع:

الربيعي الأول:

رتبة الربيع الأول هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (16+1)\left(\frac{1}{4}\right) = 4.25$

يقع الربيع الأول بين القيمتين: $X_e < Q_1 < X_k \quad \Rightarrow 5 < Q_1 < 6$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 4 \quad , R = 4{,}25 \quad , \quad X_e = 8 \, , \quad X_k = 9$

$$\boldsymbol{Q_1} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 5 + 0{,}25(6-5) = \mathbf{5,25}$$

حساب الربيع الثالث $\boldsymbol{Q_3}$:

رتبة الربيع الثالث هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{4}\right) = (16+1)\left(\frac{3}{4}\right) = 12{,}75$

يقع الربيع الثالث بين القيمتين: $X_e < Q_3 < X_k \quad \Rightarrow 12 < Q_3 < 13$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 12 \quad , R = 12{,}75 \quad , \quad X_e = 12 \, , \quad X_k = 13$

$$\boldsymbol{Q_3} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 12 + 0{,}75(13-12) = \mathbf{12,75}$$

حساب العشيري الأول $\boldsymbol{D_1}$:

رتبة العشيري الأول هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{10}\right) = (15+1)\left(\frac{1}{10}\right) = 1{,}7$

يقع العشيري الأول بين القيمتين: $X_e < D_1 < X_k \quad \Rightarrow 3 < D_1 < 4$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 1 \quad , R = 1{,}7 \quad , \quad X_e = 3 \, , \quad X_k = 4$

$$\boldsymbol{D_1} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 3 + 0{,}7(4-3) = \mathbf{3,7}$$

حساب العشيري التاسع $\boldsymbol{D_9}$:

رتبة العشيري اتاسع هي: $R = (N+1)\left(\frac{i}{10}\right) = (16+1)\left(\frac{9}{10}\right) = 15{,}3$

يقع العشيري التاسع بين القيمتين: $X_e < D_9 < X_k \quad \Rightarrow 16 < D_9 < 18$

وبتطبيق المعادلة السابقة نجد أن: $e = 15 \quad , R = 15{,}3 \quad , \quad X_e = 16 \, , \quad X_k = 18$

$$\boldsymbol{D_9} = X_e + (R-e)(X_K - X_e) = 16 + 0.3\,(18-16) = \mathbf{16,6}$$

ج 3/ أحسب التباين والانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{326}{16}} = 4{,}51 \qquad , \qquad \sigma^2 = \sqrt{39.28}^{\,2} = 20{,}375$$

ج 4/ حساب معامل الإختلاف و معامل الإنحراف الربيعي:

نسبة التشتت هي $CV = \frac{\sigma}{\bar{\bar{X}}}\,.100 = \frac{4{,}51}{10}.100 = \mathbf{45,1\%}$

حساب معامل الانحراف الربيعي:

$$Q.C.V = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}.100 = \frac{12,75 - 5,25}{12,75 + 5,25}.100 = \mathbf{41,67}\ \%$$

ج 5/ أحسب العزم حول الصفر للعزوم الثالثة الأولى:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^k}{n} \quad , \quad m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^1}{n} = \frac{160}{16} = 10 = \bar{X} \quad mean$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2}{n} = \frac{1926}{16} = 120,375$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^3}{n} = \frac{25768}{16} = 1610,5$$

ج 6/ أحسب العزم حول المتوسط للعزوم **الأربعة** الأولى:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^k}{n} \ ; \ m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^1}{n} = \frac{0}{16} = 0$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{326}{16} = 20,375$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^3}{n} = \frac{-12}{16} = \mathbf{-0,75}$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^4}{n} = \frac{12\ 278}{16} = \mathbf{767,375}$$

ج 7/ أحسب معامل الالتواء لبيرسون الثاني و معامل الالتواء باولي وكيلي:

$$P_2 = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{\sigma} = \frac{3(10 - 11,5)}{4,51} = -0,99$$ معناه أن المنحنى سالب الالتواء

$$\gamma_Q = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M_e}{Q_3 - Q_1} = \frac{12,75 + 5,25 - 2(11,5)}{12,75 - 5,25} = -0,67$$ معامل باولي

$$\gamma_D = \frac{D_9 + D_1 - 2M_e}{D_9 - D_1} = \frac{16,6 + 3,7 - 2(11,5)}{16,6 - 3,7} = -0,2$$ معامل كيلي

ج 8/ أحسب معامل التفرطح لفيشر و**المئيني**:

$$K = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}} = \frac{\frac{1}{2}(12,75 - 5,25)}{16,6 - 3,7} = 0,29$$

$$\boldsymbol{K = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{767,375}{(4,51)^4} = 1,85 \ < 3} \ \Rightarrow$$ فإن التوزيع مفرطح

حل التمرين 02: ليكن لدينا التوزيع التكراري التالي:

x_i	n_i	$x_i\, n_i$	$N\uparrow$	$(x_i-\bar{x})^2$	$n_i(x_i-\bar{x})^1$	$n_i(x_i-\bar{x})^2$	$n_i(x_i-\bar{x})^3$	$n_i(x_i-\bar{x})^4$
0	7	0	7	6,25	17,5-	43,75	109,375-	273,44
1	22	22	29	2,25	33-	49,5	74,25-	111,375
2	28	56	57	0,25	14-	7	3,5-	1,75
3	20	60	77	0,25	10+	5	2,5+	1,25
4	11	44	88	2,25	16,5+	24,75	37,125+	55,6875
5	6	30	94	6,25	15+	37,5	93,75+	234,375
6	4	24	98	12,25	14+	49	171,5+	600,25
7	2	14	100	20,25	9+	40,5	182,25+	820,125
$\sum$	100	250		50	0	219,5	300+	2098,25

ج 1/ أحسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{250}{100} = 2{,}5$$

الوسيط: نقوم بوضع عمود خاص بالتكرار المتجمع الصاعد، ثم نبحث عن رتبة الوسيط:

$$\frac{\sum n}{2} = \frac{100}{2} = 50 \qquad \Rightarrow \ M_e = 2$$

المنوال: يقابل أكبر قيمة تكراراً: $M_o = 2$

ج 2/ أحسب الانحراف المعياري والتباين:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i-\bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{219{,}5}{100}} = 1{,}4815 \qquad , \sigma^2 = 2{,}195$$

ج3/ أحسب العزم حول المتوسط للعزوم الأربعة الأولى:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i-\bar{x})^1}{n} = \frac{0}{100} = 0$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i-\bar{x})^2}{n} = \frac{219{,}5}{100} = 2{,}195$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i-\bar{x})^3}{n} = \frac{300}{100} = 3$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . (x_i-\bar{x})^4}{n} = \frac{2098{,}25}{100} = 20{,}9825$$

ج 4/ أحسب معامل الالتواء لبيرسون الأول و معامل الالتواء باولي وكيلي:

معامل بيرسون
$$P_1 = \frac{\bar{X} - M_O}{\sigma} = \frac{2,5-2}{0,7} = 0,714$$

معامل باولي
$$\gamma_Q = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M_e}{Q_3 - Q_1} = \frac{3+1-2(2)}{3-1} = 0$$

الربيعي الأول: $\frac{n(1)}{4} = \frac{100}{4} = 25 \quad \Rightarrow \quad Q_1 = 1$

الربيعي الثالث: $\frac{n(3)}{4} = \frac{100.(3)}{4} = 75 \quad \Rightarrow \quad Q_3 = 3$

معامل كيلي
$$\gamma_D = \frac{D_9 + D_1 - 2M_e}{D_9 - D_1} = \frac{5+1-2(2)}{5-1} = 0,5$$

العشيري الأول: $\frac{n(1)}{10} = \frac{100}{10} = 10 \quad \Rightarrow \quad D_1 = 1$

العشيري التاسع: $\frac{n(9)}{10} = \frac{900}{10} = 90 \quad \Rightarrow \quad D_9 = 5$

ج 5/ أحسب معامل التفرطح لفيشر والمئيني:

$$K = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}} = \frac{\frac{1}{2}(3-1)}{5-1} = 0,25$$

$$K = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{20,9825}{(1,48)^4} = 4,373 > 3 \quad \Rightarrow$$ فإن التوزيع مدبب

حل التمرين 05: البيانات التالية تمثل المبالغ الشهرية المدفوعة كثمن للطاقة الكهربائية المستهلكة في البيوت.

الفئات 10^3دج	3-1	5-3	7-5	9-7	11-9	13-11	المجموع
التكرار	16	30	24	14	10	6	100
x_i	2	4	6	8	10	12	
$n_i . x_i$	32	120	144	112	100	72	580
$N \uparrow$	16	46	70	84	94	100	
$n_i \lvert X_i - \bar{X} \rvert$	60,8	54	4,8	30,8	42	37,2	229,6
$n_i . (x_i - \bar{x})^2$	231,04	97,2	0,96	67,76	176,4	230,64	804
$n_i . (x_i - \bar{x})^3$	-877,952	-174,96	+0,192	149,072	740,88	1429,97	1267,202
$n_i . (x_i - \bar{x})^4$	3336,22	314,928	0,0384	327,958	3111,7	8865,8	15956,646

ج 1/ أحسب المتوسط الحسابي للمبالغ الشهرية المدفوعة عن إستهلاك الطاقة الكهربائية:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i . n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{580}{100} = 5{,}8 \quad 10^3\ DA$$

ج 2/ حدد كل من المنوال والوسيط:

المنوال: الفئة المنوالية تقابل أكبر تكرار: $[3-5[$

$$M_O = \mathrm{A} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} . K = 3 + \frac{14}{14+6} . 2 = 4{,}4$$

الوسيط: الفئة الوسيطية هي: $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{100}{2} = 50$ الفئة هي: $[5-7[$

$$M_e = \mathrm{A} + \frac{\frac{\sum N}{2} - N_{n-1}}{N_e} . K = 5 + \frac{50-46}{24} . 2 = 5{,}33$$

ح 3/ أحسب كل من الربيعي الأول والثالث و المئيني التسعون والمئيني العاشر:

حساب الربيعي الأول: تحديد فئة الربيعي الأول: $\frac{\sum n_i}{4} = \frac{100}{4} = 25$ الفئة هي: $[3-5[$

$$Q_1 = \mathrm{A} + \frac{\frac{1.\sum N}{4} - N_{n-1}}{N_{Q_1}} . K = 3 + \frac{25-16}{30} . 2 = \mathbf{3,6}$$

حساب الربيعي االثالث: تحديد فئة الربيعي الثالث: $\frac{3.\sum n_i}{4} = \frac{300}{4} = 75$ الفئة هي: $[7-9[$

$$Q_3 = \mathrm{A} + \frac{\frac{3.\sum N}{4} - N_{n-1}}{N_{Q_3}} . K = 7 + \frac{75-70}{14} . 2 = \mathbf{7,7}$$

حساب المئيني العاشر: $\frac{10\sum n_i}{100} = \frac{1000}{100} = 10$ الفئة هي: $[1-3[$

$$\boldsymbol{P_{10}} = \mathrm{A} + \frac{\frac{10.\sum N}{100} - N_{n-1}}{N_{P_{10}}} . K = 1 + \frac{10-0}{16} . 2 = 2{,}25$$

حساب المئيني التسعون: $\frac{90\sum n_i}{100} = \frac{9000}{100} = 90$ الفئة هي: $[9-11[$

$$\boldsymbol{P_{90}} = \mathrm{A} + \frac{\frac{90.\sum N}{100} - N_{n-1}}{N_{P_{90}}}.K = 9 + \frac{90-84}{10}.2 = 10{,}2$$

ج 4/ حساب الانحراف المتوسط والانحراف المعياري:

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i|X_i - \bar{X}|}{\sum n_i} = \frac{229{,}6}{100} = 2{,}296 \approx 2{,}3$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i\,.(x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{804}{100}} = 2{,}83 \quad , \qquad \sigma^2 = \frac{1}{2} = 8{,}04$$

ج 5/ حساب معامل الإختلاف و معامل الإنحراف الربيعي:

نسبة التشتت هي $CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}\,.100 = \frac{2{,}83}{5{,}8}.100 = \mathbf{48{,}79}\ \%$

حساب معامل الانحراف الربيعي:

$$Q.C.V = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}\,.100 = \frac{7{,}7 - 3{,}6}{7{,}7 + 3{,}6}.100 = \mathbf{36{,}28}\ \%$$

ج 6/ أحسب معامل الالتواء لبيرسون الأول و معامل الالتواء باولي وكيلي:

معامل بيرسون $P_1 = \frac{\bar{X} - M_O}{\sigma} = \frac{5{,}8 - 4{,}4}{2{,}83} = 0{,}49 \approx 0{,}5$

معامل باولي $\gamma_Q = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M_e}{Q_3 - Q_1} = \frac{7{,}7 + 3{,}6 - 2(5{,}33)}{7{,}7 - 3{,}6} = 0{,}156$

معامل كيلي $\gamma_D = \frac{D_9 + D_1 - 2M_e}{D_9 - D_1} = \frac{10{,}2 + 2{,}25 - 2(5{,}33)}{10{,}2 - 2{,}25} = 0{,}225$

معامل الالتواء العزومي $\mathrm{F} = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{12{,}67202}{2{,}83^3} = 0{,}559 \approx 0.56$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^3}{n} = \frac{1267{,}202}{100} = 12{,}67202$$

7/ أحسب معامل كيلي للتفلطح:

$$K = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}} = \frac{\frac{1}{2}(7{,}7 - 3{,}6)}{10{,}2 - 2{,}25} = 0{,}26$$

8/ استخدام العزوم في قياس التفرطح (معامل فيشر):

$$K = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{159{,}57}{2{,}83^4} = 2{,}487 \approx 2{,}5$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^4}{n} = \frac{1596{,}646}{100} = 159{,}57$$

قائمة المراجـــع

9. قائمة المراجع:

1- أمجد إبراهيم الشحادة و علي ابراهيم سعد و محمد رياض علي، **الإحصاء والاحتمالات في التطبيقات الهندسية**، دار الفجر للنشر والتوزيع، القاهرة، 2005.

2- أماني موسى محمد، **التحليل الإحصائي للبيانات**، مركز تطوير الدراسات العليا والبحوث في العلوم الهندسية، جامعة القاهرة، 2007.

3- إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، **مبادئ علم الإحصاء**، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2004.

4- ثروت محمد عبدالمنعم، **مدخل حديث للإحصاء والاحتمالات**، ط 1، مكتبة العبيكان، الرياض، 2004.

5- جلاطو جيلالي، **الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة**، ط 1، ديون المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2001.

6- جورج كانافوس و دون ميلر، **الإحصاء للتجاريين مدخل حديث**، دار المريخ، الرياض، 2004.

7- حسن ياسين طعمة و إيمان حسين حنوش، **طرق الإحصاء الوصفي**، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان، 2009.

8- زياد سليم رمضان، **مبادئ الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي**، ط 6، دار وائل للنشر والتوزيع، الأردن، 2010.

9- سالم عيسى بدر و عماد غصاب عبابنة، **مبادئ الإحصاء الوصفي و الإستدلالي**، دار المسيرة، الأردن، 2007.

10- ساعد بن فرحات و عبدالحميد قطوش، **مطبوعة تحت عنوان الإحصاء 1**، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة سطيف 1، السنة الجامعية 2014/2013.

11- سليم ذياب السعدي، **مبادئ علم الإحصاء**، ط 1، دار أويا للنشر والتوزيع، ليبيا، 2001.

12- شفيق العتوم، **طرق الإحصاء تطبيقات اقتصادية وإدارية باستخدام spss**، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، 205.

13- عبدالعزيز فهمي هيكل، **مبادئ الأساليب الإحصائية**، المركز الدولي لتعليم الاحصاء، بيروت، ط 1، 1966.

14- علي أحمد السقاف، **الإحصاء الوصفي والاستدلالي**، إصدارات المركز الديمقراطي العربي للدراسات الاستراتيجية والسياسية والاقتصادية، برلين –ألمانيا، 2020.

15- مبارك أسبر ديب، **مبادئ في الاحتمالات والإحصاء**، جامعة تشرين، كلية العلوم، قسم الرياضيات، سوريا، 2009.

16- محمد حسين رشيد و منى عطا الله الشويلات، **مبادئ الإحصاء والاحتمالات ومعالجتها باستخدام برنامج spss**، ط 1، دار صفاء للنشر والتوزيع، الأردن، 2012.

17- محمد حسين محمد رشيد، **الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي**، دار صفاء للنشر والتوزيع، الأردن، 2008.

18- محمد راتول، **الاحصاء الوصفي**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.

19- محمد محمد جبر المغربي، **الاحصاء الوصفي**، ط 1، المكتبة المصرية للنشر والتوزيع، مصر، 2014.

20- مطانيوس مخول، **محاضرات في الإحصاء**، قسم الاحصاء التطبيقي، كلية الاقتصاد، جامعة دمشق، بدون سنة.

21 – مهدي محمد القصاص، **مبادئ الإحصاء والقياس الاجتماعي**، بدون دار النشر، كلية الأداب، جامعة المنصورة، مصر، 2007.

22- محمد مفيد القوصي، **الإحصاء الوصفي والإستدلالي**، ط 1، مركز الكتاب الأكاديمي، الأردن، 2014.

23- محمد صبحي أبوصالح و عدنان محمد عوض، **مقدمة في الإحصاء مبادئ وتحليل باستخدام spss**، ط 2، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2005.

24- نادر شعبان السواح، **مبادئ الإحصاء باستخدام spss**، الدار الجامعية، مصر، 2011.

25– Alan Agresti & Christine Franklin, **Statistics The Art and Science of Learning from Data**, Third Edition, Pearson Education, Inc, Boston , USA, 2013.

26- ROBERT R. PAGANO, **Understanding Statistics in the Behavioral Sciences**, Edition 9, Cengage Learning, Australia, 2009.

27– Wayne W.Daniel, **Biostatistics A Foundation for Analysis in the Health Sciences**, sixth edition, this book was set in new baskerville, New york, 1995.

28- W.J. DeCoursey, **Statistics and Probability for Engineering Applications**, Newnes publications, USA, 2003.